Chronologie du développement des mathématiques

Cette chronologie présente certains moments importants de l'histoire des mathématiques accompagnés d'événements marquants de l'histoire sociale, artistique et scientifique. Comme je destine avant tout cette chronologie à mes étudiants, je confesse un biais québécois dans le choix de ces événements, ainsi que plusieurs choix en fonction des cours de mathématiques du niveau collégial. De plus, une telle sélection est nécessairement influencée par mes intérêts personnels et mes connaissances historiques limitées. Je crois que cette couleur personnelle peut contribuer à l'un de mes objectifs en créant cette chronologie : briser l'image des mathématiques comme savoir statique et stérile qui n'évolue pas avec le reste des connaissances humaines et des mouvements historiques importants.

Le progrès des connaissances mathématiques, comme celle de la connaissance humaine en général, est basé sur des écrits publiés et échangés entre spécialistes. Je crois important de montrer que la connaissance mathématique s'est construite à travers une longue série de textes qui présentent des idées nouvelles, qui critiquent les idées plus anciennes ou qui posent des problèmes nouveaux et résolvent des problèmes anciens. J'ai donc tenté de donner une source précise pour le plus grand nombre possible d'idées mathématiques et non-mathématiques.

J'invite enfin le lecteur à me communiquer toute erreur, suggestion ou commentaire afin d'améliorer ce document. Je continue à y compiler mes découvertes historiques et à le préciser. Pour me contacter ou consulter la dernière version de ce document voir mon site personnel à l'adresse `http://yannick.delbecque.org`. *Ceci est la version publiée le 10 janvier 2025.*

Merci à Alexandre Girouard pour plusieurs corrections intégrées à cette version du document : https://agirouard.mat.ulaval.ca/.

Périodes

Préhistoire ⟶ -3000

ca. -2500000 Premiers éclats de galets utilisés comme outils

ca. -400000 Première traces connues de l'utilisation du feu

ca. -100000 Premières utilisation de colorants (hématite et ocre)

ca. -75000 Premiers objets décorés de motifs géométriques

ca. -35000 Plus anciens os connus ayant des marques qui pourraient avoir servi à compter

ca. -30000 Outils de pierre taillée ; pierre et os sculptés

ca. -2800 — -10000 Traversée du détroit de Béring et début du peuplement du continent Américain

ca. -20000 *Os d'Ishango* en république démocratique du Congo — un des plus vieux exemples connus de l'action de compter — les groupements de trais présentent possiblement les opérations de prendre le double et la moitié, ainsi que les nombres impairs — une autre hypothèse est qu'il s'agissait d'un calendrier lunaire

FIGURE 1
Os de Ishango

ca. -18000 Plus anciennes poteries connues

ca. -10 000 Fin de la dernière période de Glaciation (de Würm)

ca. -10 000 Premiers villages (*Çatal Hüyük* en Turquie), début de la sédentarisation

ca. -10 000 Plus ancienne carte géographique connue

ca. -8000 Essor de l'art contenant des figures (personnages, animaux)

ca. -8000 Les marques sur des bâtons sont peu à peu remplacées par des jetons de formes variées pour compter

ca. -6000 Plus anciens symboles tracés sur des écailles de tortues qui pourraient être la première trace connue d'écriture

ca. -6000 Domestication de l'auroch en plusieurs endroits dans le monde — l'auroch est l'ancêtre des bovins domestiques actuels

ca. -5000 On utilise un système décimal en Égypte

ca. -4500 – -2000 Mégalithique – dolmens et menhirs

-4200 Première occupation permanente du bassin de Paris

ca. -4000 Comptabilité sur des galettes de glaise

-4000 Premiers vignobles

ca. -3700 – -2900 Premières villes en Irak, puis en Égypte, Inde et Chine — Invention du bronze et de la roue ca. 3500 Domestication du cheval — le cheval domestique apportera de grand changements comme force de travail et militaire et comme moyen de transport et de communication

ca. -3300 – -3150 Écriture cunéiforme en Mésopotamie

ca. -3400 – -3200 Développement de la **notation numérique** en Sumérie (Irak) — utilise une notation où les chiffres dépendent du type d'objet qui est dénombré ou mesuré

-3000 ⟶ -1000

ca. -3000 Plus ancien *Quipu* connu — les quipus étaient utilisés par les Incas pour « enregistrer » les nombres, qui étaient représentés à l'aide de nuds dans des cordelettes

ca. -3000 Plus anciennes images de roues connues

ca. -3000 On réalise le premier alliage, le bronze, qui est principalement utilisé pour la fabrication d'armes

ca. -3000 Premières traces du code civil égyptien

ca. -3000 Premiers hiéroglyphes servant à écrire des nombres en Égypte

ca. -3000 Plus ancien *dé* connu, trouvé avec un **jeu** de Backgammon en Iran — le dé est probablement le symbole plus universel du **hasard** et est au cur de plusieurs récits mythologiques importants

ca. -3000 On retrouve les premières traces d'écoles de scribes

ca. -2800 – -2350 On utilise la **notation numérique** en Sumérie pour la comptabilité et on l'enseigne en utilisant des textes scolaires

-2700 Construction de la pyramide de Khéops

ca. -2600 Plus ancien tableau mathématique connu — une tablette sumérienne où est gravée une **table de multiplication** de grandeurs pour calculer des aires

ca. -2500 Premières techniques de fabrication du verre

ca. -2350 – 2150 Exercices de calcul de surface

ca. -2300 Plus anciens dictionnaires connus, dans l'empire Akkadien

ca. -2275 Premier exemple connu d'impression (sur des tablette de glaise) en Sumérie

ca. -2200 Le roi Ur-Nammu établit les premiers textes de loi sous la Dynastie d'Akkad en Sumérie — on réforme l'écriture la compatibilité, le calendrier, etc

ca. -2200 Un manuscrit Chinois mentionne les **carrés magiques** — les carrés magiques sont présents dans les uvres mystiques de plusieurs cultures et ont sans doute poussé plusieurs à étudier certaines de leur propriétés combinatoires

-2257 – -2208 Les premières institutions d'enseignement et de recherche assimilables à des universités sont fondées en Chine — on fonde des écoles de scribes sous la dynastie d'Ur III en Mésopotamie

ca. 2100 Plus anciens textes médicaux connus, en Sumérie

ca. -2050 Premier exemple connu de **notation positionnelle** en Sumérie — n'utilise pas le zéro, le système est ambigu — utilise la base 60, qui sera repris plus tard par les astronomes grecs qui en répandront l'usage — on utilise encore la base 60 pour les minutes et les secondes et pour la mesure des angles

-2000 Plus anciens exemples de lentilles optiques connues en Égypte et en Assyrie. Les lentilles ont été utilisée pendant des siècles pour allumer des feu en concentrant les rayons solaires.

ca. -2000 – -1600 Plusieurs tablettes babyloniennes expliquent comment résoudre des **équations quadratiques** — ces explications sont données sous forme de liste d'exemple, sans description généralisée

ca. -2000 Papyrus de Moscou — recueil égyptien de problèmes avec leur solutions — plusieurs problèmes géométriques, dont le calcul de volume de pyramides tronquées et d'hémisphères — utilise probablement l'approximation $\pi \approx \frac{256}{81}$ qui donne une seule décimale exacte

ca. -1800 Tablette babylonienne YBC 7289 — Probablement le fruit du travail d'un étudiant, la tablette montre qu'on connaissait $\sqrt{2}$ avec une précision de 7 décimales (3 décimales en base 60, soit $1;24;51;10$), laisse croire que les babyloniens connaissait la **méthode de Héron** pour calculer les racines — les babyloniens considéraient probablement le nombre $\sqrt{2}$ comme une constante fondamentale en géométrie — cette approximation qui ne sera pas améliorée au moins pour les deux millénaires qui suivront

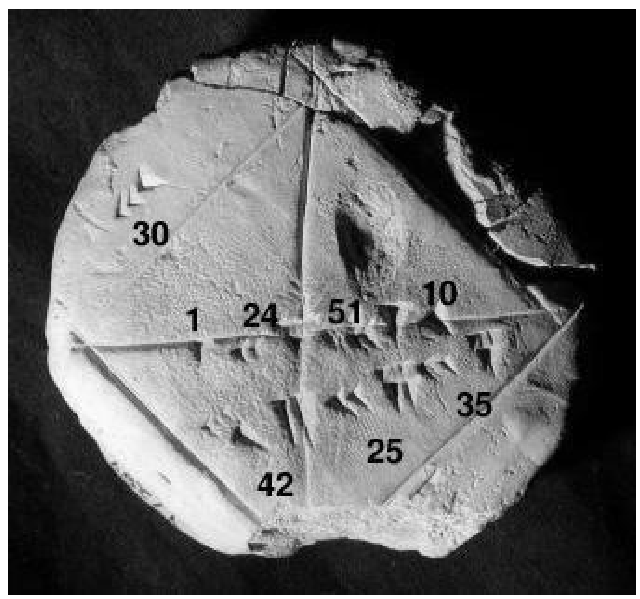


FIGURE 2
Tablette YBC 7289, avec transcription en notation moderne des nombres inscrit en base 60 (Photo : Bill Casselman et la Yale Babylonian Collection)

ca. -1800 *Tablette Plimpton 322* — Donne 15 exemples de **triplets pythagoriciens** (trois nombres a,c,c tels que $a^2+b^2=c^2$) — ces exemples ont possiblement été obtenus à l'aide de la formule $a=k(m^2-n^2)$, $b=2kmn$ et $c=k(m^2+n^2)$, inspirée de l'égalité $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$, ce qui montre le degré de complexité des raisonnements mathématiques que les babyloniens était aptes à effectuer

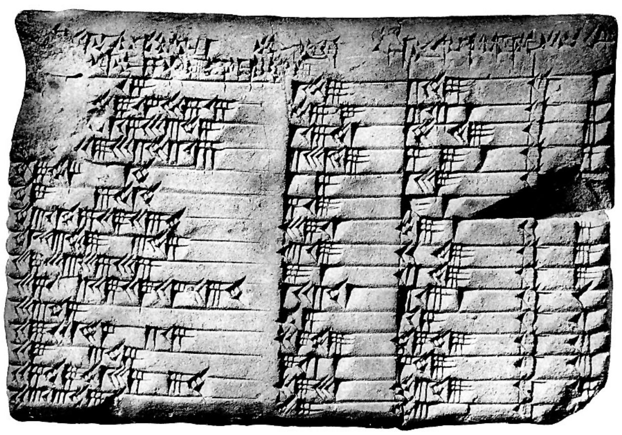


FIGURE 3
Tablette Plimpton 322

ca. -1760 Le roi Hammurabi développe grandement les lois babyloniennes et les fait connaître à tout son peuple en mettant en plusieurs endroits leur transcription sur des stèles

ca. -1650 *Papyrus Rhind* en Égypte, attribué à Ahmès — recueil de problèmes de calcul de fractions) — une des sources les plus anciennes utilisant la **règle de trois** — utilise la technique de **fausse position** qui consiste à mettre un nombre quelconque à la place de la quantité inconnue et à trouver un facteur de correction à l'aide de l'équation ; cette technique était utilisée pour résoudre les équations de la forme $ax+b=0$ avant l'utilisation de symboles pour désigner les inconnues en algèbre — dans l'introduction : « Calculs précis pour instiguer les choses, et le savoir de toutes choses, mystères . . . tous les secrets »

FIGURE 4
Portion du papyrus Rhind

ca. -1600 Plus ancien traité de chirurgie connu, en Égypte

ca. -1400 Première transcription connue de chants, trouvé à Ugarit

ca. -1400 Les peuples néolithiques d'Écosse actuelle construisent des modèles en pierre des cinq **solides de Platon** (polyèdres réguliers)

ca. -1300 Plus anciens exemples connus de **jeux** apparentés au Tic-Tac-Toe, en Égypte

ca. -1200 Plus anciennes traces connues d'écriture chinoise sur les écailles de tortues ou des os

ca. -1200 — -900 Certains textes védiques en inde comportent des très grands nombres, par exemple le *mandra annahoma*

ca. -1046 Plus anciens problèmes contenus dans le *Zhou Bi Suan Jing* [tr. « Le classique arithmétique du Gnomon et des sentiers circulaires des Cieux »] — cette compilation de problèmes continuera jusqu'en ca. -200 — contient une des premières preuve connue du **théorème de Pythagore**

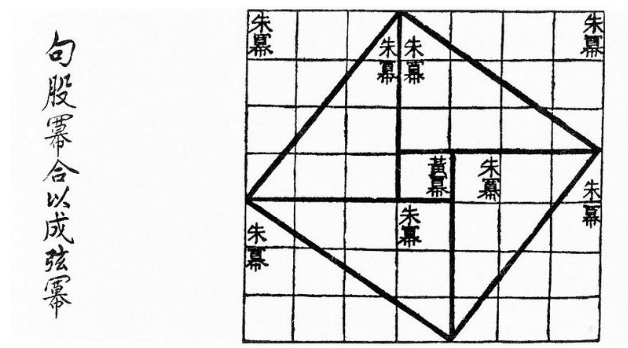


FIGURE 5
Preuve du théorème de Pythagore dans le *Zhou Bi Suan Jing*

-1000 ⟶ -500

ca. -1000 Plus ancienne traces connues de l'alphabet phénicien qui, à cause des activités marchandes des phéniciens, est la source commune de plusieurs alphabets un peu partout dans le mode, dont l'alphabet grec

-876 Temple Chaturbhuja en Inde — inscriptions numériques gravées dans la pierre comportant un symbole pour zéro, un petit cercle vide — plus ancienne utilisation connue d'un système de numération décimal qui comporte un zéro

ca. -800 *Baudhayana Sulba Sutras* de Baudhayana — utilise implicitement le **théorème de Pythagore** pour résoudre des problèmes de construction d'hôtels pour les cérémonies religieuses — contient ce qui est la plus ancienne expression du théorème de Pythagore :

> La corde diagonale (*akay-rajju*) d'un rectangle produit ce qu'ensemble produisent chacun le flanc (*pr-vamni*) et l'horizontal (*tiryamn*) séparément

— contient un certain nombre de *triplets pythagoriciens* qui montre que les indiens en avait probablement une connaissance aussi poussée que les mésopotamiens — utilise le calcul approximatif suivant

$$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\cdot 4} - \frac{1}{3\cdot 4\cdot 34}$$

qui donne 5 décimales

ca. -753 Fondation de Rome

ca. -750 *Manava Sulba Sutras* de Manava — constate l'irrationalité de $\sqrt{2}$ et $\sqrt{61}$ et accepte implicitement d'utiliser des **nombres irrationnels** dans ses calculs

ca. -700 Les babyloniens commencent à utiliser des symboles pour marquer les positions où il n'y a aucune quantité la la représentation d'un nombre dans leur *système de numération* — ces marqueurs ne lèvent pas complètement l'ambiguïté sur les nombres représentés car ils ne sont pas utilisés à la fin d'un nombre — le système babylonien a donc utilisé une notation numérique ambiguë jusqu'à cette époque sans que personne ne sente le besoin de lever les ambiguïtés

ca. -668 Début de règne d'Assurbanipal, roi d'Assyrie — Assurbanipal fonde une bibliothèque à Nineveh qui aurait contenue plus de 30000 tablettes d'argile écrites en cunéiforme — elle serait la première bibliothèque structurée — Alexandre le Grand sera inspiré par cette bibliothèque pour former le projet de la future bibliothèque d'Alexandrie

ca. -600 *Apastamba Sulba Sutras* de Apastamba — présente plusieurs construction géométriques, dont certaines impliquant diverses approximations de π

ca -600 *Astadhyayi* de Panini — texte contenant une description très rigoureuse du Sanskri à l'aide de règles formelles assez proches des grammaires formelles étudiées en informatique, en particulier la forme de forme de Backus-Naur pour la présentation des grammaires formelles

ca. -575 Travaux de Thalès de Millet — fait connaître les mathématiques babylonienne dans le monde hellénique — proportions en géométrie et triangles semblables — calcul **topométrique** : distance entre un bateau et la rive

ca. -550 *L'art de la guerre* de Sun Zi — plus ancien traité de stratégie militaire connu

-548 plus ancienne référence au **jeu** de Go dans dans littérature historique chinoise (dans le *Zuo Zhuan* de Zuo Qiuming, écrit avant -389.

-500 $\longrightarrow$ 0

ca. -500 *Chhandah-shastra* (« Science de la métrique ») de Pingala — description de la numérotation binaire — explique comment faire la conversion du système décimal à la représentation binaire

ca. -500 Travaux des pythagoriciens — définition du nombre en terme de rapport de nombres naturels parce que l'on croit que toute paire de longueurs est **commensurables**, c'est-à-dire qu'on peut toujours trouver une unité de longueur assez petite pour que la longueur de deux segments soit des nombres entiers — cette limitation sur les fractions ne sera pas levée avant Exodus — les Pythagoriciens découvrent que des cordes dont les longueurs sont en rapport simple donnent des intervalles *harmonieux* et croient que le cosmos est organisé en fonction de proportions simples — les idées des pythagoriciens influencerons l'utilisation des mathématiques dans différent domaines jusqu'à la renaissance

ca. -500 Servius Tullius, roi de Rome, fait faire des recensements pour déterminer les impôts

-458 *Lokavibhâga* (« Parties de l'univers ») — plus ancien texte indien connu qui utilise un système de numérotation décimal incluant le concept de « shunya », c'est-à-dire de *vide* ou **zéro**

ca. -450 Paradoxes de Zénon — selon Platon, plusieurs paradoxes auraient été proposés par Zénon en défense des idées de son maître Parménide, qui soutenait que le mouvement était impossible — ces paradoxes utilisent un **raisonnement par l'absurde** en tentant de démontrer l'impossibilité du mouvement en montrant des conséquences absurde de l'hypothèse que le mouvement est possible — les paradoxes de Zénon impliquent des raisonnements utilisant l'**infini**, et leur réfutation a grandement stimulé la clarification de ce concept — les philosophes et mathématiciens ont discuté de différentes approches des paradoxes, même encore au 20^e^ siècle

ca. -450 marché de livres à Athènes — ce serait le premier exemple de vente de livres

ca. -440 *Histoires* de Hérodote — considéré comme le premier ouvrage occidental sur l'histoire ayant une méthodologie de vérification des faits — mentionne l'usage de l'abaque par les égyptiens pour effectuer des calculs

Histories Herodotus of Halicarnassus

ca. -430 Hippasus, un disciple de Pythagore, aurait donné ce qui est probablement la première preuve rigoureuse de l'**irrationalité** de $\sqrt{2}$ — la preuve utilise un **raisonnement par l'absurde** pour démontrer que les côtés d'un carré sont incommensurables avec sa diagonale — Platon attribue plus tard cette découverte à Théodore de Cyrène dans le dialogue *Thééthète* — L'existence de nombres irrationnels est probablement la première propriété mathématique importante à avoir été étudiée qui n'est pas représentable géométriquement — Cette découverte a bouleversé la conception des longueurs de l'époque : on croyait que deux longueurs étaient toujours entre elles comme le rapport de deux nombres entiers

ca. -410 Plusieurs grecs ont des bibliothèques personnelles

ca. -400 En Chine, on commence à utiliser un **système de numérotation décimal** qui utilise le *zéro* (représenté par un vide) — ce système à bâtonnet sera utilisé jusqu'au 16^e^ siècle et permet de représenter les nombres négatifs et les fractions (en superposant deux nombres, comme avec la barre de fraction actuelle)

ca. -400 Début de la construction du *Parthénon* à Athènes

ca. -388 Débuts de l'Académie de Platon à Athènes – La maxime « Que nul n'entre ici s'il n'est pas apte à la géométrie » aurait été placée à la porte de l'Académie par Platon – l'académie restera active jusqu'à ce que l'empereur romain Justinien décrète sa fermeture en 529

ca. -370 Travaux d'Exodus — redéfinition de la notion de proportion qui permet de comparer des grandeurs irrationnelles aussi bien que rationnelle ; c'est la première définition géométrique des nombres qui permet de faire varier les longueurs de façon continue, ce qui ouvre la voie à une étude plus approfondie des nombres irrationnels — invente la **méthode d'exhaustion**, technique de preuve utilisée pour déterminer exactement des aires avant l'invention de l'intégration)

ca. -360 Thééthète d'Athènes découvre les deux derniers **solides de Platon** (l'octaèdre et l'icosaèdre) qui n'étaient pas encore connus des grecs — il est le premier a avoir construit les cinq solides de Platon — Thééthète est le personnage principal du dialogue de Platon portant son nom et les solides Platoniciens sont mentionnés dans le dialogue de Platon *Timée*

ca. -350 *Physique* par Aristote — résolution des paradoxes de Xénon en considérant deux types d'infini : l'**infini actuel** et l'**infini potentiel**

ca. -344 – -313 Carte *Zhao Yu Tu* (« Carte de la région du mausolée ») — plus ancienne carte connue en Chine et plus ancienne carte comportant des distances numériques

ca. -333 *Premiers analytiques* et *Seconds analytiques* par Aristote — première étude probable de la **logique** par des méthodes axiomatiques

-331 Fondation d'Alexandrie en Égypte par Alexandre le grand — les conquêtes du disciple d'Aristote forme un des plus grand empires de l'histoire antique et ont permit aux écrits des philosophes et géomètres grecs d'être diffusés en Inde et au Moyen-Orient

-325 Alexandre le Grand soumet les habitants de la vallée de l'Indus — diffusion du savoir grec partout dans l'immense empire conquis par Alexandre, en particuliuer en Inde et au moyen-orient

ca. -290 *Éléments de géométrie* d'Euclide — texte présentant les mathématiques de l'époque sous forme axiomatique — utilise la définition de rapport d'Exodus — décrit l'algorithme de recherche du **plus grand commun diviseur** que nous utilisons encore — démonstration par l'absurde qu'il existe une infinité de **nombres premiers** — complétion de carré— résolution d'un problème **isopérimétrie** classique : Euclide démontre que le rectangle d'aire maximale pour un périmètre donné est un carré

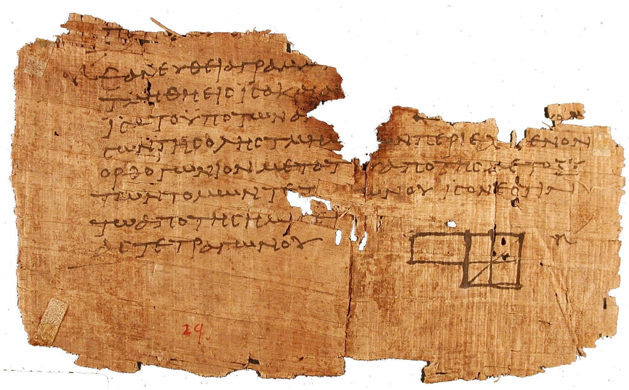


FIGURE 6
Plus ancien fragment des Éléments d'Euclide (Proposition 5 du livre 2) ayant été préservé, datant de la fin du premier siècle

ca. -300 Plus ancien exemple connue d'écriture Maya (à San Bartolo)

ca. -300 *Bhagabati Sutra* — calcul du nombre de **permutation** $(n)_1$, $(n)_2$ et $(n)_3$ et de combinaisons $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$ et $\binom{n}{3}$

-288 Fondation de la bibliothèque d'Alexandrie — projet initié par Ptolémée, ancien général d'Alexandre le grand responsable de l'administration de la ville d'Alexandrie en Égypte après la mort du conquérant en -323 — Elle contient environs 400000 volumes initialement, et près de 700000 à l'époque de César, quelques siècles plus tard — l'effort de traduction en grec de tout les écrits importants dans le monde connu d'Alexandrie a mobilisé et mis en contact les plus grands esprits de l'époque, ce qui stimulera considérablement l'avancement des connaissances

ca. -257 → -230 *La mesure du cercle*, *Spirale*, *De la sphère et du cylindre Quadrature de la parabole*, etc d'Archimède — dans *Quadrature de la parabole*, Archimède démontre à l'aide de la **méthode d'exhaustion** que l'aire entre une parabole et une droite est 4/3 de l'aire du triangle inscrit ayant la corde comme base ; Archimède a du trouver la somme d'une **série géométrique** pour démontrer ce résultat — Archimède présente dans ses travaux l'idée d'utiliser le **centre de masse** pour comparer des aires ; le calcul de centre de masse sera un des principaux problèmes ayant motivé la création du calcul différentiel et intégral — ces travaux seront étudiés en détails pour parvenir à démontrer les premières formules d'intégration — Dans *La mesure du cercle*, Archimède prouve que π est la même constante dans la formule $2\pi r$ donnant la circonférence et πr^2 donnant l'aire d'un cercle

ca. -250 *Arithmétiques* de Diophante — décrit des techniques pour trouver des solutions entières ou rationnelles à des équations algébriques — utilise implicitement les **manipulations algébriques** usuelles sur les équations (passage d'un terme d'un coté d'une équation à l'autre, etc.) — ces textes auront une influence importante sur les mathématiques arabes au moyen age (en particulier pour le développement de l'algèbre) — textes avidement étudiés par Fermat deux millénaires plus tard

ca.-250 *Eyra* — Plus ancien dictionnaire unilingue en Chine

ca. -240 Π (« Sur la mesure de la Terre ») d'Ératosthène — **méthode du crible** pour trouver les **nombres premiers** — première mesure de la circonférence de la Terre (les grecs savaient depuis un siècle que la Terre est sphérique), effectuée principalement à l'aide de relevés consultés dans la bibliothèque d'Alexandrie — calcule la distance terre-soleil et terre-lune

-221 Unification de la Chine en un seul empire, conquis par le royaume de Qin — la construction de la grande muraille commencera un an plus tard

ca. -235 *Les coniques* d'Apollonius — première étude systématique des coniques — montre comment trouver les tangentes aux coniques avec des idées qui seront étudiées par ceux qui ont commencé à élaborer le concept de **dérivée** — donne aux coniques les noms que nous utilisons encore : ellipse, parabole, hyperbole — explique la construction des tangentes, centre de courbure, normales, etc — ces résultats trouverons une importance pratique très grande au 17e siècle quand la chute des corps et la balistique seront étudiés et quand Képler utilisera les ellipses pour modéliser le mouvement des planètes

ca. -200 *Chhandas Shastra* de Pingala — texte sur la métrique musicale et poétique qui donne la première description connue du système de numérotation binaire — conversions entre la base 10 et la base 2 — contient aussi le **triangle de Pascal** (de manière combinatoire, sans lien avec l'algèbre) et la suite de Fibonacci (appelée *maatraameru*), et fait le lien entre le triangle et la suite — le texte de Pingala montre qu'il savait aussi que la somme de la n-ième ligne du triangle de Pascal est 2^n.

ca. -150 *Sthananga Sutra* — texte indien contenant une liste de sujets d'étude mathématiques : les nombres, les opérations arithmétiques, la géométrie, les équations simples, les équations cubiques et quartiques, les permutations et les combinaisons

ca. -140 *Table des cordes* d'Hipparque — première **table trigonométrique** — utilisée pour la **télémétrie** en astronomie et en navigation

ca. -100 *Anuyoga Dwara Sutra* — texte indien contenant plusieurs identités impliquant des racines carrées et des carrés semblant impliquer une certaine connaissance des loi des exposants ou des logarithmes — une identité tirée de ce texte, en notation moderne :

$$\sqrt{a}\sqrt{\sqrt{a}} = \left(\sqrt{\sqrt{a}}\right)^3$$

-27 Fin de la république romaine, promulgation de l'empire romain par Auguste Ceasar, héritier de Jules Ceasar

0 ⟶ 1000

ca. 62 *Métriques* de Héron d'Alexandrie — donne la **formule de Héron** pour l'aire du triangle — donne une méthode générale pour approximer $\sqrt{a}$, la racine carrée d'un nombre quelconque a, à l'aide de la formule de récurrence

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{a}{a_n}\right)$$

Catoptrica (« Théorie des miroirs ») de Héron d'Alexandrie — explique la réflexion à l'aide d'un principe de plus court chemin pour la lumière

Pneumatica (« Pneumatique ») de Héron d'Alexandrie — description de plusieurs machines pneumatiques, dont l*aeolipile*, la première machine qui transforme la pression de vapeur en mouvement circulaire

83 Théorie du *cycle de l'eau* par Wang Chong

ca. 90 *Arithmetike eisagoge* (« Introduction à l'arithmétique ») de Nicomaque de Gérase — possiblement le premier traité d'arithmétique qui traite ce sujet séparément de la géométrie

ca. 100 La version finale des *Neuf chapitres sur l'art mathématique*, écrit sur une dizaine de siècles par plusieurs auteurs anonymes chinois — première utilisation de **nombres négatifs** — le chapitre 9 utilise le théorème de Pythagore — le chapitre 8 utilise les **matrices** et l'**élimination de Gauss** pour résoudre des systèmes d'équations (au moins 1700 ans avant Gauss)

ca. 100 *Introduction arithmétique* de Nicomaque de Gérase — influence pythagoricienne — **nombres figurés** (pouvant être dessinés avec des points formant des triangles, des carrés, etc) — les nombres figurés seront repris par Pascal dans son traité sur les sommations

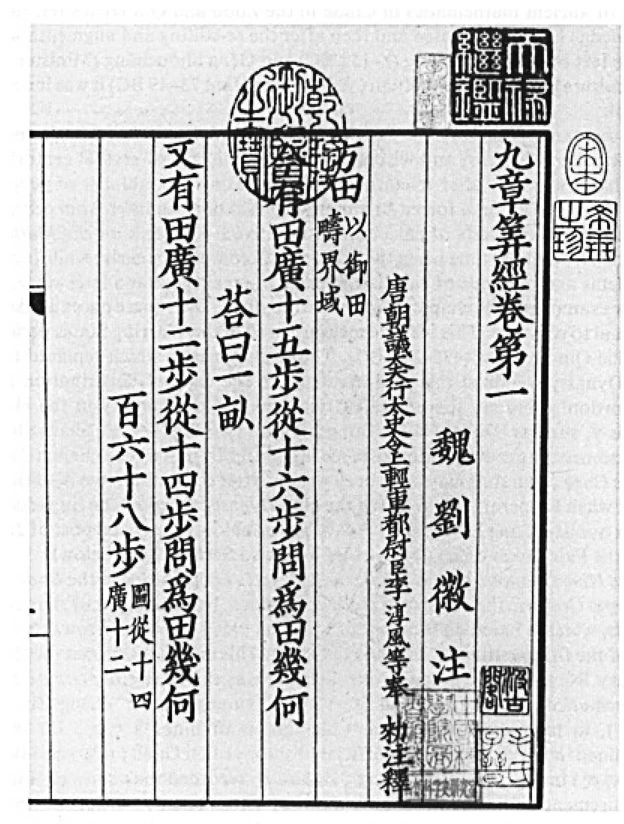


FIGURE 7
Page des *Neuf chapitres sur l'art mathématique*

ca. 130 *Composition mathématiques* de Ptolémée à Alexandrie — présente un modèle géométrique du système solaire qui tente de décrire le mouvement des planètes — le modèle est inspiré d'une idée géométrique d'Apollonius et utilise des cercles dont le centre se déplacent sur une orbites circulaires — ce modèle met la Terre au centre du système solaire, mais donne une description assez bonne des mouvements observés des différents astres — il sera le modèle dominant jusqu'à Copernic — certaines idées préfigurent les **séries de Fourier** qui seront introduites au 19e siècle

120 Catalogue d'étoile de Zhang Heng — contient 2500 étoiles — Zhang Heng décrit correctement la cause des éclipses et démontre que la lune est sphérique

ca. 125 Le *Papyrus musical de Yale* et le *Papyrus instrumental de Michigan* — Plus anciens exemples connus de notation musicale

ca. 195 *Suàn shù shū* [tr. « livre sur les nombres et le calcul »] en Chine — contient entre autre des calculs de sommes de **progression géométriques** pour les intérêts

258 Fondation de l'Université de Nankin en Chine — la plus vielle université encore active

265 Travaux d'Liu Hui — commente les *Neuf chapitres* et développe certaines des idées de base du **calcul différentiel et intégral** — utilise un polygone régulier à 192 cotés pour calculer une approximation de π à 5 décimales

ca. 350

ca. 400 *Surya Siddhanta* — traité d'astronomie — calcul des diamètres de plusieurs planètes, dont ceux Mercure et Saturne à moins de 1% d'erreur — utilise des raisonnements impliquant les **rapports trigonométriques** sin, cos, sec, tan, par exemple dans cet extrait :

> Cherchez le *jya* [sinus] et le *kojya* [cosinus] de la distance zénithale de la méridienne solaire. Si le *jya* et le rayon sont multipliés, l'un par la taille du gnomon en chiffres, l'autre divisée par le **kojya**, on obtient l'ombre portée et lhypoténuse à midi.

ca. 400 Hypatie écrit des commentaires sur les travaux de Diophante et d'Appolonus — première femme mathématicienne dans les annales historiques

425 Fondation de l'Université de Constantinople par l'Empereur Théodose II.

ca. 450 *Le classique mathématique de Sun Zi* de Sun Zi — plus ancien texte qui explique de manière détaillée les opérations arithmétiques, incluant le calcul sur les **fractions** et l'extraction de racines carrés à l'aide du système de numération Chinois à bâtonnets — premier exemple du **Théorème chinois des résidus**

460 *Zhui Shu* (« Méthodes d'interpolation ») de Zu Chongzhi — montre que π est entre 3.1415926 et 3.1415927, ce qui donne une approximation de π à 6 décimales — suite à ces travaux, les chinois utiliseront la fraction $\frac{355}{113}$ comme approximation de π, précision qui ne sera pas dépassée ailleurs dans le monde pour plusieurs siècles — calcule la durée de l'année terrestre comme 365.24281481, à trois décimales identiques à la valeur moderne, et plusieurs autres constantes astronomiques, comme par exemple la valeur de l'année de Jupiter — le livre contient aussi une formule pour le volume de la sphère

ca. 499 *ryabhaiya* de ryabhaa — traité astronomique — affirme que la lune et les astres autres que les étoiles réfléchissent la lumière du soleil — explique correctement les causes des éclipses lunaires et solaires — donne la longueur de l'année sidérale à quelques minutes près — approxime π par $62832/20000$ et est conscient que c'est une approximation — calcule le diamètre de la terre avec plus de précision qu'Érathostène — décrit le calcul avec le système de numérotation indien, description qui sera reprise en arabe par Al-Khwārizmī — contient la plus ancienne table de **sinus**, donnant la valeur de sinus pour 24 angles ; comme cette table était importante dans les travaux astronomique, elle fut améliorée au cours des siècles

ca. 500 Premières mentions du jeu *Chaturaga* (en sanskrit : « les quatre divisions », référence aux divisions militaires), l'ancêtre du **jeu d'échecs** — les règles du jeu évolueront au fil du temps, le jeu passant par le monde musulman et pour ensuite se répandre dans le monde chrétien un peu avant l'an 1000 — les règles modernes seront à peu près fixées vers la fin du 15e siècle

ca. 550 *Institutio arithmetica* de Boèce — adaptation latine du texte de Nicomaque de Gérase — texte enseigné dans le *quadrivium* Romain, programme d'enseignement établi par Boèce — propage l'influence des pythagoriciens — description géométrique des nombres

ca. 625 Travaux de Wang Xiaotong — solution numériques des **équations cubiques** exprimés géométriquement

628 *Brahma-Sphuta-Siddhanta* (« L'ouverture de l'univers ») de Brahmagupta — décrit les **règles des signes** utilisés pour l'arithmétique des **nombres négatifs** et du nombre zéro (présentés en termes de dettes et de crédits — utilise les nombres négatifs pour donner à la **formule quadratique** la forme que l'on utilise encore aujourd'hui — sommes de certaines séries et calcul de racines carrés

640 Chute d'Alexandrie

ca. 700 On introduit un symbole pour le nombre zéro dans les mathématiques Maya

711 Les armées arabes traversent le détroit de Gibraltar et commencent la conquête de l'Espagne, qu'elles occuperont pendant cinq siècles — les savants du monde chrétien on pu entrer en contact avec les savants arabes et commencent à traduire les textes arabes, dont certains sont des traductions de textes de la Grèce antique, dont les *Éléments* d'Euclide

ca. 810 *Bayt al-ikma* de Bagdad (« Maison de la sagesse » de Bagdad) fondé par le calife Harun al-Rashid — première maison de la sagesse d'un réseau de lieux qui seront 'a la fois des bibliothèques, des lieux d'échange entre érudits de plusieurs domaines du savoir et de traduction de documents indiens et grecs

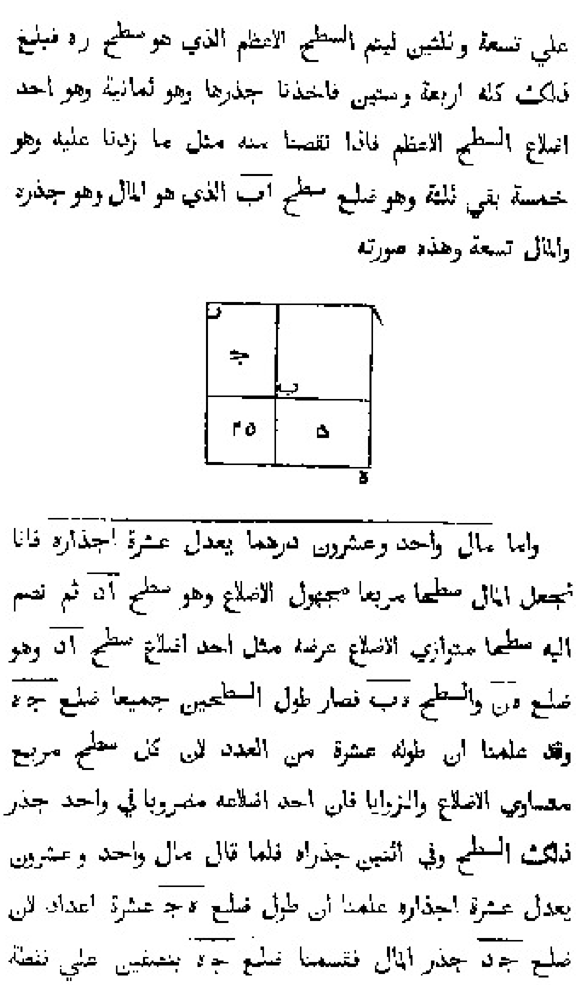
ca. 820 *Zij al Sindhind* (« Table des étoiles basées sur les méthodes de calcul indiennes ») de Al-Khwārizmī — discute de l'invention indienne du **zéro** pour noter l'absence d'unité, de dizaines, etc, pour faciliter le calcul arithmétique — le livre explique le fonctionnement du système décimal et utilise un symbole proche de notre « 0 » moderne — ce livre a grandement contribué à répandre l'usage du système indien dans le monde arabe et plus tard dans le monde chrétien

ca. 830 *Al Kitab al Mukhatasar fi Hisab al jabr wa-l-Muqabala* (tr. « Livre concis du calcul par les procédés du jabr et du muqabala » de Al-Khwārizmī — Traité d'algèbre qui a donné son nom la l'Algèbre (« Al jabr ») — traite de la solution d'**équations quadratiques**, qui sont divisés en 6 types, soit, en notation moderne, les six formes

$$ax^2 = bx, ax^2 = c, bx = c,$$
$$ax^2 + bx = c, ax^2 + c = bx \text{ et } bx + c = ax^2$$

ces types doivent être traités différemment parce qu'on ne considère pas les solutions et les coefficients négatifs — utilise la technique algébrique de base la plus importante : faire passer une quantité d'un côté à l'autre d'une égalité — première source qui discute du **discriminant** d'une équation quadratique et de la possibilité d'avoir deux, une ou aucune solution

ca. 900 *Kitb fi al-jabr wa al-muqbala* (« Livre sur l'algèbre ») d'Abu Kamil — application de l'algèbre à des problèmes géométriques — accepte les racines, donc des nombres irrationnels, comme solutions et comme coefficients des équations quadratiques — livre qui inspirera une partie des travaux de Fibonacci quelques siècles plus tard



على تسعة وثلثين ليتم السطح الاعظم الذي هو سطح ره فبلغ
ذلك كله اربعة وستين فاخذنا جذرها وهو ثمانية وهو احد
اضلاع السطح الاعظم فاذا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه وهو
خمسة بقي ثلثة وهو ضلع سطح اب الذي هو المال وهو جذره
والمال تسعة وهذه صورته

واما مال واحد وعشرون درهما يعدل عشرة اجذاره فانا
نجعل المال سطحا مربعا مجهول الاضلاع وهو سطح اد ثم نضم
اليه سطحا متوازي الاضلاع عرضه مثل احد اضلاع سطح اد وهو
ضلع هن والسطح هب فصار طول السطحين جميعا ضلع جه
وقد علمنا ان طوله عشرة من العدد لان كل سطح مربع
متساوي الاضلاع والزوايا فان احد اضلاعه مضروبا في واحد جذر
ذلك السطح وفي اثنين جذراه فلما قال مال واحد وعشرون
يعدل عشرة اجذاره علمنا ان طول ضلع هج عشرة اعداد لان
ضلع جد جذر المال فقسمنا ضلع جه بنصفين على نقطة

FIGURE 8
Une page du *Al Kitab al Mukhatasar fi Hisab al jabr wa-l-Muqabala* montrant géométriquement une complétion de carré

950 Gerbert de Aurillac (futur pape Sylvestre II) réintroduit l'abaque en Europe et utilise des chiffres Indiens-arabes sans le zéro, ainsi que la sphère armillaire

ca. 970 *Livre sur l'arithmétique nécessaire aux scribes et aux marchands* d'Abu L'Wafa — **trigonométrie**

ca. 900 Travaux d'Abū Kāmil — premier à accepter les solutions irrationnelles des **équation quadratiques** comme des solutions régulières — premier à accepter des coefficients irrationnels (mais seulement des racines) dans les équations algébriques

ca. 980 Travaux d'Abū al-Wafā — premier calcul des valeurs des **fonctions trigonométriques** et publication de la **loi des sinus** adaptée pour les triangles sur sphère

1000 ⟶ 1400

ca. 1000 Travaux d'al-Karkhī — considère l'algèbre indépendamment de la géométrie — donne les première règles de manipulation algébrique des **polynômes** — démontre la **formule du binôme** — démontre par **induction mathématique** la formule $\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ qui sera utilisée dans les calculs d'aire sous des courbes

1021 *Kitab al-Manazir* [tr. « Livre de l'optique »] de Kitab al-Manazir — livre fondateur de l'optique moderne et première description juste du mécanisme de la perception visuelle — expériences sur la diffraction, la vitesse de la lumière dans différents milieux, *camera obscura* — al-Manazir utilise ses résultats pour expliquer le crépuscule et estimer, à 1 km près, l'épaisseur de l'atmosphère — principe d'inertie (première loi de Newton), définition de la quantité de mouvement, idée d'attraction à distance s'appliquant aussi aux étoiles — démontre la formule $\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{n(2n+1)(n+1)(3n^2+2n-1)}{30}$ par **induction mathématique** (en séparant pour la première fois le cas de base pour $n = 1$ et le pas d'induction – le livre insiste sur l'importance d'une confirmation expérimentale des résultats obtenus et ouvre la voie pour l'établissement de la **méthode scientifique**

1026 *Micrologus* de Gideo d'Arrezo — introduit la portée dans la notation musicale pour transmettre plus exactement le chant grégorien — discute du chant polyphonique

ca. 1074 Traité d'algèbre d'Omar Khayyam — fait l'étude détaillée des équations du 3e degré, dont Khayyan distingue 25 cas, mais ne parvient pas à établir une formule algébrique générale pour résoudre toutes les équations du 3e degré, équivalente à la formule quadratique pour les équations du deuxième degré — discute du problème des dimensions dans les équation polynomiales : une équation comme $x^2 + x + 1 = 0$ contient des termes représentant des surfaces et des longueurs, elles sont donc troublantes pour un géomètre

1088 Fondation de l'Université de Bologne — première université occidentale — université où Copernic étudiera l'astronomie

ca. 1096 Plus anciennes traces d'enseignement connue à l'Université d'Oxford

1093 *Meng ch'i pi t'an* (« Essais du bassin aux rêves ») de Shen Kua — contient la plus ancienne mention connue de compas magnétiques

1100 *La chanson de Roland* de Turoldus

1149 *Al-Bahir fi'l-jabr* (« La brillance de l'algèbre ») de Al-Samawal — développe l'algèbre polynomiale avec des **nombres négatifs** et le nombre **zéro** — solution de l'**équation quadratique** et somme des n premiers carrés — solution de quelques problèmes de **combinatoire**

1150 Création de l'Université de Paris

ca. 1150 Création de la notation moderne pour les fractions (barre horizontale) par Al-Hassār

ca. 1150 Traduction en latin du traité de 820 par Al-Khwārizmī sur le calcul indien — ceci permet au système décimal et à l'utilisation du zéro de se répandre en Europe

1150 Gérard de Crémone publie une traduction en latin de la version arabe du *Almageste* de Ptolemée — le nom « **sinus** » provient de cette traduction — introduction des chiffres arabes en Europe

1163 Début de la construction de la cathédrale Notre-Dame à Paris — la construction sera complétée en 1345

ca. 1200 *Kitab fi usul hisab al-hind* (« Principes du calcul indien ») de Kushyar ibn Labban — décrit à l'aide d'exemple les techniques de calcul indienne — les algorithmes de calcul donnés sont pratiquement les même que ceux décrit ca. 450 dans *Le classique mathématique de Sun Zi* — ce livre contribura beaucoup à l'adoption du système de numérotation indien

ca. 1200 On commence à utiliser un symbole pour zéro en Chine.

ca. 1200–1400 Madhava et l'école Kerala découvrent plusieurs séries infinies pour des nombres comme π et des valeurs spécifiques des fonctions trigonométriques — ces travaux devancent ceux des européens sur le calcul différentiel et intégral et les séries de puissances

ca. 1200 Reconnaissance de l'Université de Paris par roi Philippe Auguste et le pape Innocent III

1202 *Liber Abacci* de Fibonacci — introduit les chiffres indo-arabes en Europe — utilise des **nombres négatifs** pour exprimer les dettes — introduit les problèmes inspirés de Diophante en Europe, surtout développés dans le monde arabe, en inde et en chine auparavant

ca. 1208 Fondation probable de l'Université Cambridge

1248 *Ceyuan haijing* (« Le miroir de la mer des mesures du cercles ») de Li Yeh — utilise des nombres négatifs (dénotés par une barre diagonale sur le dernier chiffre) et des puissances de degré arbitraire de l'inconnue — le livre contient 170 problèmes qui permettent d'illustrer 692 formules algébriques différentes pour les surfaces triangulaires et les longueurs de segments

1258 Bataille de Bagdad — destruction Bagdad par Houlagou Khan, le fils de Gensis Khan — destruction de la grande bibliothèque de Bagdad et de plusieurs autres bibliothèques de la ville où plusieurs manuscrits importants était entreposés

1275 *Cheng Chu Tong Bian Ben Mo* (« l'alpha et l'omega des variations sur la mutiplication et la division ») de Yang Hui— Analyse détaillée des méthodes dans les neuf chapitres — mentionne le **triangle de Pascal** et utilise des **fractions décimales**

ca. 1280 *Ars Cantus Mensurabilis* de Franco de Cologne — premier traité musical où l'on propose une notation où la forme des notes indiquent leur durées

ca. 1300 Raymond Lulle utilise des moyens mécaniques pour automatiser la **déduction logique** — cette idée influencera Leibniz dans ses recherches d'un langage universel pour le raisonnement, recherches qui le mèneront notamment à s'intéresser à l'écriture chinoise et à l'arithmétique binaire — les idées de Lulle anticipent les idées modernes de systèmes de déduction formelle

1303 *Siyuan Yujian* (tr. « Miroir précieux des quatre éléments ») de Zhu Shijie — décrit la **méthode d'élimination** pour résoudre des **systèmes d'équations** contenant jusqu'à quatre inconnues et jusqu'au degré 14 pour certaines forme d'équations — définition du **triangle de Pascal** — formules de sommations pour quelques séries

ca. 1332 *Ars Nova* de Philippe de Vitry — élabore la notation de de Cologne ; abandonne l'idée de modes rythmiques qui limitait les possibilités rythmiques — le traité donnera son nom à un mouvement musical Européen important

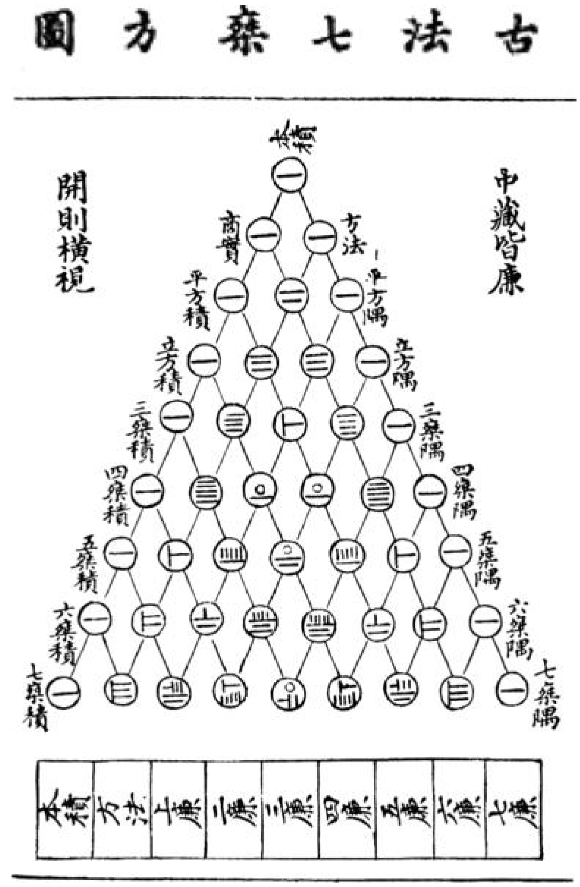


FIGURE 9
Triangle de Pascal par Yang Hui

1336 Les mathématiques deviennent un sujet obligatoire pour l'obtention d'un diplôme à l'Université de Paris

ca. 1337 Premières *armes à feu* en Europe

1350 *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum* d'Oresme — ébauche de la géométrie à l'aide de coordonnées, utilisation d'axes pour différentes grandeurs, ce qui est une étape importante dans la transition de la science qualitative basée principalement sur Aristote à la science quantitative — preuve du théorème de la vitesse moyenne, qui anticipe les résultats de Gallilée sur le mouvement rectiligne uniforme et les corps en chute libre en liant aire sous la courbe de la vitesse à la position dans un graphique

13xx *Questions sur la Géométrie d'Euclide* d'Oresme — réflexions au sujet de l'infini tel que présenté dans la *Physique* d'Aristote — présente la preuve que la **série harmonique** diverge — pense qu'une série de grandeur (géométriques donc positives) à une somme ou est infinie — donne une formule pour la somme d'une série géométrique

1400 $\longrightarrow$ 1500

1429 *La clef de l'arithmétique* de Ghiyath Al Kashi — calcule de π avec une précision de 60^{-10} en utilisant des polygones inscrits et circonscrits à un cercle (avec 3×2^{28} côtés) — discussion des propriétés des **coefficients binomiaux** du **triangle de Pascal** (appelé *triangle de Khayyam* en Perse) — opérations sur les fractions décimales et sexagésimales — fait une démonstration de la **loi des cos** (qui était déjà connue d'Euclide)

ca. 1430 *Presse de Gutenberg*, dérivée des techniques d'impression chinoises et coréennes — les alphabets linéaires utilisés en Europe étant mieux adaptés à l'impression que ceux utilisés en orient, la diffusion des idées augmente énormément en occident alors que l'imprimerie n'aura pas le même impact en orient

1434 *Della Pictura* d'Alberti — premier traité sur les lois de la perspective

1453 Chute de Constantinople et fin de l'empire byzantin

1464 *Triparty en la science des nombres* de Chuquet — première utilisation des **puissances négatives** et de la puissance zéro — énonce la propriété des exposants que nous utilisons encore $x^{n+m} = x^n x^m$ — Chuquet appelle les nombres négatifs des « nombres absurdes »— introduit la nomenclature pour les grands nombres, en ajoutant des préfixes à « millions »

1464 *De Triangulis omnimodus* de Regiomontanus — première utilisation du mot « sinus »

ca. 1470 Premières partitions imprimées — diffusion plus grande des compositions musicales

1482 Les *Éléments* d'Euclide édités par Campanus de Novara deviennent le premier livre mathématique à être imprimé.

1489 *Behende und hupsche Rechnung auf allen kauffmanschafft* de Widman — livre sur l'arithmétique qui introduit les symboles « + » and « − »

1500 ⟶ 1600

1514 Vander Hoecke utilise les symboles « + » et « − » pour dénoter l'addition et la soustraction

ca. 1515 travaux de del Ferro — trouvent une formule donnant la solution générale des équations polynomiales de degré 3 — ces solutions impliquent la manipulation implicite de **nombres imaginaires**

1525 *Die Coss* de Rudolff — introduction du symbole « $\sqrt{}$ » pour les racines

1525 *Unterweisung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheit* de Dürer — étude de plusieurs courbes importantes, construction approximatives de polygones réguliers et des polyèdres réguliers

1528

ca. 1530 *Yuktibhasa* de Jyesthadeva — présentation plus rigoureuse et enrichie des travaux de Mandhava et de son école — premiers exemples connus de *séries de Taylor* — afin de faciliter des calculs astronomiques, Madhava a trouvé (sans doute avec l'aide de ses disciples) les série pour tan, arctan, sin et cos — utilise la série pour arctan pour obtenir la série

$$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \cdots$$

(redécouverte plus tard par Leibniz) et calcule l'erreur commise de plusieurs manières — obtient la valeur de π à 13 décimales près — présente des **tests de convergence — dérivées**, **intégrale** : primitive comme aire sous la courbe — intégration terme à terme

1534 Jaques Cartier explore le fleuve St-Laurent

1535 Tartaglia trouve la solution des équations cubiques indépendamment de del Ferro

1536 Hudalrichus Regius trouve le cinquième **nombre parfait** : $212(213-1) = 33550336$

1538 Fondation de l'Université autonome de Santo Domingo (en République Dominicaine) — première université en Amérique

1540 Ferrari trouve une solution algébrique des **équations polynomiales** de degré 4 (connue sous le nom de formule de Cardan)

1543 *De Revolutionibus* de Copernic — modèle héliocentrique du système solaire

1544 *Arithmetica integra* de Stifel — coefficients binomiaux, utilisation des nouveaux symboles $+$, $-$ et $\sqrt{}$

1545 *Ars Magna* de Cardan — solution des équations cubiques et quartiques — publication des travaux de del Ferro

1557 *The Whetstone of Witte* de Recorde — introduction du symbole d'égalité « = »

1564 *Liber de ludo aleae* (« Livre sur les jeux de chance ») de Cardano — premiere traitement systématique des probabilités — défini implicitement la probabilité comme le rapport du nombre de possibilités « favorables » sur le nombre total de possibilités — montre que si on fait n tirages indépendant où la probabilité de succès est p, la probabilité de succès résultante est p^n — anticipe la « loi des grands nombres » pour un tirage répété

1570 *Opus novum de proportionibus* de Cardano — première introduction en Europe des **coefficients binomiaux** et du **théorème binomial**

1572 *Algèbre* de Bombelli — introduction des nombres complexes (apparus quelques décennies plus tôt dans les solutions des équations de degrés 3 et 5), extension de la règle des signes aux nombres complexes et calcul d'une racine cubique d'un nombre complexe

1581 Vincenzo Galilei, le père de Galilée, est parmi les premiers à faire la promotion du tempérament égal à douze notes que nous utilisons aujourd'hui

1585 *De Thiende* de Stevin — livre qui a rependu l'usage des **fractions décimales**

1591 *In Artem Analyticem Isagoge* (trad. « Utilisation des lettres pour les inconnues ») par Viète — utilise les lettres de l'alphabet pour dénoter les quantités connues ou inconnue ; utilise les voyelles pour les inconnues et les consonnes pour les quantités connues, convention qui sera supplantée par celle de Descartes plus tard

1593 Van Roomen calcule π à 16 décimales

1597 Dans une lettre à son disciple Képler, Maestlin donne la première approximation décimale du **nombre d'or**, soit 1.6180340

1604 Dans une lettre à Paolo Sarpi, Galilée énonce la loi de la **chute des corps** : la distance parcourue est proportionnelle au carré du temps de chute

1608 Champlain fonde Québec

1595 *Trigonometria : sive de solutione triangulorum tractatus brevis et perspicuus* de Pitiscus — première utilisation dans une publication du terme « trigonométrie »

1596 *Mysterium Cosmographicum* de Képler — mauvais modèle cosmologique impliquant les cinq **solides de Platon**

1600 ⟶ 1700

1607 Première traduction chinoise des *Éléments* d'Euclide par les jésuites — le contact entre le texte d'Euclide et la culture Chinoise fut marquant au point qu'on lui attribue l'origine de l'utilisation de combinaisons de deux caractères différents dans l'écriture chinoise

1608 Képler remarque dans une de ses lettre que le rapport de deux nombre de Fibonacci successifs converge vers le nombre d'or

1609 *Astronomia Nova* de Kepler — Explique les deux premières **loi de Kepler** pour le mouvement des planètes

1610 *Sidereus Nuncius* de Galilée — rapporte les premières observations au télescope, instrument que Galilée venait de construire après avoir étudier une lunette construite par Lippershey un an plus tôt — découverte des satellites de Jupiter, confirmation que a voie lactée est constituée d'étoiles, découverte des anneaux de Saturne, première fois qu'on observe des étoiles qui ne sont pas visibles à l'il nu — ces observations auront un effet important parce qu'elle contredisent une partie des idées des modèles de l'univers de l'époque

1611 *Strena sue de nive sexangula* de Képler — premier traité étudiant la forme des flocons de neige — Kepler y fait conjecture que la meilleure manière de remplir l'espace avec des sphères est de les empiler en une pyramide à étage, ce qui sera démontré en 1999 par Hales

1614 *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* de Napier — première table de **logarithmes**, conçue pour aider à faire des calculs astronomiques

1616 *A Description of the Admirable Table of Logarithmes* de Wright, traduction des travaux de Napier — utilise pour la première fois l'abréviation log pour les logarithmes

1619 *Harmonice Mundi* [« L'ordre du monde »] de Kepler — énonce la troisième loi du mouvement des planètes — remarque qu'on ne peut pas faire un pavage du plan à l'aide de pentagones, mais qu'on peut remplir les espaces vides dans des pavages pentagonaux imparfaits à l'aide de certaines figures ; cette remarque inspirera les travaux de Penrose sur les pavages non-périodiques au 20e siècle

1621 *Arithmétiques* de Diophante, réédités par Bachet — Fermat annotera une copie avec énormément d'idées nouvelles qui stimuleront le développement de la **théorie des nombres** et de l'algèbre — la version annotée par Fermat contient le célèbre *dernier théorème de Fermat* ; il prétend avoir une preuve du théorème, mais ne la donne pas dans ses annotations car car « la marge est trop étroite pour recevoir la démonstration complète et avec tout les développements » ; une preuve complète sera donnée près de 350 ans plus tard par Wiles

1624 *Arithmetica Logarithmica* de Briggs — premier livre donnant des tables de **logarithmes** en base 10

1624 *Récréation mathematicque composee de plusieurs problemes plaisants et facetieux* de Leurechon — première utilisation connue du Principe de Dirichlet (principe des tiroirs)

1625 Girard, en marge d'une édition des uvres de Stevin (dont il était l'éditeur) exprime la suite de Fibonacci récursivement

1626 *Tables de sinus, tangentes et sécantes* de Girard — utilise les abréviations sin, cos et tan

1628 *Exercitatio anatomica de motu cordis et sanguinis in animalibus* de Harvey — explique expérimentalement la circulation du sang

1629 *Invention nouvelle en algèbre* de Girard — on énonce, sans preuve, pour la première fois le **théorème fondamental de l'algèbre** (un polynôme de degré n a n racines complexes distinctes ou confondues) en utilisant des **nombre complexes**

> Toutes les équations d'algèbre reçoivent autant de solutions que la dénomination de la plus haute quantité le démontre.

— Girard y propose d'interpréter les solutions négatives des équations comme un déplacement géométrique a reculons pour leur donner une légitimité qu'elles n'avaient pas, entre autre chez Viète — accepte de travailler avec les nombres complexes, même s'il considère qu'ils n'ont pas d'interprétation, pour uniformiser les résultats — trouve le lien entre les polynômes symétriques et les coefficients des polynômes, ce qui influencera grandement les travaux menant à la théorie de Galois

1631 *Clavis Mathematicae* de Oughtred — première utilisation du symbole $\pm$

1631 *Artis Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas* de Harriot — première utilisation des symboles relationnels $>$ et $<$

> Signum majoritatis ut $a > b$ significet a majorem quam b
>
> Signum minoritatis ut $a < b$ significet a minorem quam b.

1632 Descartes utilise pour la première fois la **notation exponentielle** pour les puissances entières des nombres — il n'utilise que des exposants entiers positifs

1633 Girard propose l'utilisation de « $\sqrt[3]{}$ » pour la racine cubique et « $\sqrt[4]{}$ » pour la racine quatrième, ainsi que l'utilisation de parenthèses et de crochets

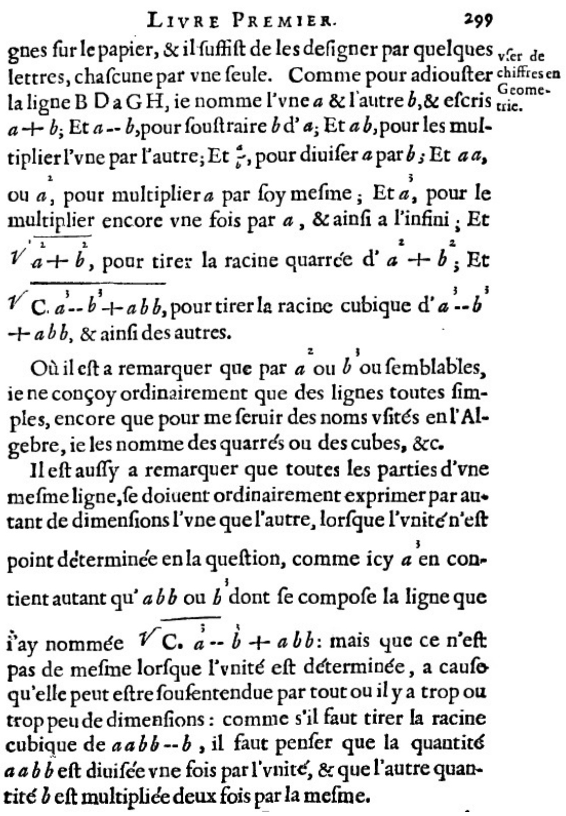
1634 *Cours de mathématiques* d'Hérigone — introduction du symbole « $\perp$ » pour signifier l'orthogonalité de deux droites —

première utilisation de l'expression *Cours de mathématiques*, ce qui selon certains historiens est un signe important de la place de moins en moins centrale qu'occuperont les *Éléments* d'Euclide en mathématiques

1636 Fondation du *Harvard college*

1637 *Discours de la Méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* de Descartes — propose de s'inspirer de la rigueur des géomètres [mathématiciens à l'époque] pour diriger la raison

1637 *La géométrie* de Descartes — illustration de l'utilisation de la *méthode* pour résoudre des problèmes de géométrie sans utiliser les idées géométriques de l'antiquité grecque — idée d'utiliser des moyens algébriques pour résoudre des problèmes géométriques — considère les zéros négatifs comme « faux » mais utile, comme les nombres complexes — première utilisation du terme « **imaginaire** »— classifie les problèmes géométriques en fonction du degré des équations algébriques correspondantes


LIVRE PREMIER. 299

gnes ſur le papier, & il ſuffiſt de les deſigner par quelques lettres, chaſcune par vne ſeule. Comme pour adiouſter la ligne B D a G H, ie nomme l'vne a & l'autre b, & eſcris $a + b$; Et $a -- b$, pour ſouſtraire b d'a; Et ab, pour les multiplier l'vne par l'autre; Et $\frac{a}{b}$, pour diuiſer a par b; Et aa, ou a^2, pour multiplier a par ſoy meſme; Et a^3, pour le multiplier encore vne fois par a, & ainſi a l'infini; Et $\sqrt{a^2 + b^2}$, pour tirer la racine quarrée d'$a^2 + b^2$; Et $\sqrt{C.\, a^3 -- b^3 + abb}$, pour tirer la racine cubique d'$a^3 -- b^3 + abb$, & ainſi des autres. Vſer de chiffres en Geometrie.

Où il eſt a remarquer que par a^2 ou b^3 ou ſemblables, ie ne conçoy ordinairement que des lignes toutes ſimples, encore que pour me ſeruir des noms vſités en l'Algebre, ie les nomme des quarrés ou des cubes, &c.

Il eſt auſſy a remarquer que toutes les parties d'vne meſme ligne, ſe doiuent ordinairement exprimer par autant de dimenſions l'vne que l'autre, lorſque l'vnité n'eſt point determinée en la queſtion, comme icy a^3 en contient autant qu'abb ou b^3 dont ſe compoſe la ligne que i'ay nommée $\sqrt{C.\, a^3 -- b^3 + abb}$: mais que ce n'eſt pas de meſme lorſque l'vnité eſt determinée, a cauſe qu'elle peut eſtre ſouſentendue par tout ou il y a trop ou trop peu de dimenſions : comme s'il faut tirer la racine cubique de $aabb -- b$, il faut penſer que la quantité $aabb$ eſt diuiſée vne fois par l'vnité, & que l'autre quantité b eſt multipliée deux fois par la meſme.

FIGURE 10
Page de *La géométrie* de Descartes où on explique la notation exponentielle utilisée dans l'ouvrage

1637 Fermat écrit la note marginale qui est maintenant connue comme **le grand théorème de Fermat**

1638 *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux nouvelles sciences* de Galilée — définit le mouvement uniformément accéléré par la relation impliquant la vitesse (en notation moderne) $x'(t) = at + b$ et établie son équivalence avec $x(t) = at^2/2 + c$, c'est-à-dire que la position est obtenu par « intégration » de la vitesse — vérifie *expérimentalement* le résultat obtenu

1642 de Maisonneuve fonde Ville-Marie (future Montréal)

1654 Correspondance entre Pascal et Fermat au sujet des **probabilités** — résolution d'un problème de pari à l'aide de moyens mathématiques

ca. 1650 Fermat classifie les courbes planes en utilisant le degré des équations associées : droites $\iff$ degré 1, coniques $\iff$ degré 2 — une des premières connexions importantes est faite entre les propriétés algébrique (le degré) et les propriétés géométriques — conçoit indirectement le concept de **dimension** d'un lieu géométrique en constatant que la solution à un problème peut être une surface ou une courbe, pas seulement un point

1654 *Traité du triangle arithmétique* de Pascal — traite du... **triangle de Pascal** — première formulation explicite du **principe de l'induction mathématique**

1655 *Mathesis Universalis* de Wallis — première utilisation du symbole « ∞ » pour désigner l'infini

> Suppono in limine (juxtaB̂onaventurae Cavallerii *Geometriam Indivisibilium*) Planum quodlibet quasi ex infinitis lineis parallelis conflari : Vel potiu
> s (quod ego mallem) ex infinitis Prallelogrammis [sic] aeque
> altis ; quorum quidem singulorum altitudo sit totius altitudinis $1/\infty$, sive alicuota pars infinite parva ; (esto enim ∞ nota numeri infiniti ;) adeo/q ; omnium simul altitude aequalis altitudini figurae.

1656 *Arithmetica Infinitorum* de Wallis — définit les **exposants fractionnaires** — aire sous les courbes, produit infini

$$\frac{4}{\pi} = \frac{2\cdot 2}{1\cdot 3}\frac{4\cdot 4}{3\cdot 5}\frac{6\cdot 6}{5\cdot 7}\cdots$$

(obtenu par des méthodes d'interpolation pour approximer des intégrales) fractions continues — donne la règle d'intégration $\int x^{n/m}\,dx = \frac{n}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}}$ — calcule $\int_0^1 x^{1/x}\,dx$ (sous une forme plus compliquée) — Newton étudia ce livre à l'école, ce qui a été déterminant dans son choix de travailler sur le binôme de Newton et le calcul différentiel et intégral

1657 *De l'esprit géométrique* de Pascal — souligne l'importance du fait que les concepts fondamentaux ne sont pas définis en géométrie (espace, point, ligne) mais sont définis par ce que l'on permet de faire avec eux — présente une vision de l'infiniment petit qui sera utilisée par Cavalieri

1657 *De Ratiociniis in ludo aleae* (« Sur le raisonnement dans les jeux de hasard ») de Huygens — premier traité de **probabilité** — première définition du concept d'**espérance**

1657 Étude du **Folium de Descartes**, courbe définie par l'équation $ay^2 = x^3$

1657 Fondation du *Accademia del Cimento* (« Académie de l'expérimentation ») à Florence — première société savante européenne dont le but est de vérifier les lois de la nature selon la méthode de Galilée — l'académie travaillera notamment à la thermométrie, la barométrie et la pneumatique et fabriquera des instruments de mesure nécessaire à ces études

1659 Mengoli calcule la somme de la série harmonique alternée

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots=\log(2)$$

et montre que

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots<1$$

sans être capable d'en calculer la somme

1659 « La roulette et autres traités connexes » de Pascal — Petit recueil sur différent problèmes de calcul d'aires dont les idée auront de l'influence sur les travaux de Leibniz sur le calcul différentiel et intégral — Démontre géométriquement que

$$\int_p^{\pi/2}\sin(x)\,dx=\cos(p)$$

Leibniz dira « Pascal avait tout en main, mais est resté aveugle »— publié à une époque où les nouvelles idées anglaises en analyse ont déjà beaucoup plus d'influence dans le monde savant de l'époque que les idées de Pascal

1663 Fondation du séminaire de Québec

1661 Huygens étudie le lien entre les logarithmes et l'aire sous l'hyperbole d'équation $xy=1$

1662 Découverte par Boyle de la *loi de Boyle-Maryotte* liant la pression et le volume des gaz à température constante — elle est redécouverte par Marryotte en 1676

1663 Wallis tente de démontrer le cinquième postulat d'Euclide — il sera le premier mathématicien à tenter cette démonstration et réaliser avoir produit un argument fautif

1664 Newton commence à travailler au **calcul différentiel et intégral**

1665 *Micrographia* de Hooke — décrit ce qui est les premières observations au microscope de cellules, des cellules mortes de liège

1666 rapport *Saggi di Naturali Esperienze fatte nell'Accademia del Cimento sotto la protezione del Serenissimo Principe Leopoldo di Toscana* qui un siècle plus tard sera un manuel de laboratoire standard

1666 Fondation de l'Académie des sciences de Paris par Colbert — l'idée de l'Académie circulait dans plusieurs groupes, dont celui de Mersenne qui rencontrait régulièrement et correspondait avec Descartes, Desargues, Fermat, Étienne Pascal, Blaise Pascal, Gassendi, Roberval, Galilée et d'autres personnages importants

1667 *Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura* de Gregory — première preuve du **théorème fondamental du calcul** et découverte indépendante des **séries de Taylor** — ébauche du concept de **nombre transcendant** élaborée en relation au problème de la quadrature du cercle

1667 Huygens présente à l'Académie des Sciences une communication où il explique la méthode de Fermat pour trouver des minimums et des maximums — première utilisation de l'expression « quantité infiniment petite »

1668 *Logarithmotechnia* de Mercator — série de Taylor pour $\log(1+x)$

1669 Manuscrit de *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* de Newton — première description de la **Méthode de Newton** qui permet de trouver des approximations de zéro de fonction par processus itéré — la description de Newton ne s'applique qu'aux polynômes et n'utilise pas la notion de dérivée — le livre sera publié plus tard en 1711

1670 Wallis utilise les symboles $\leq$ et $\geq$

1671 *Kokin-Sanpo-Ki* de Sawaguchi Kazuyuki — livre qui a introduit au Japon les méthodes algébriques développées en Chine

1671 Première tentative de calcul de rentes viagères (comparable à une assurance vie) par de Witt en collaboration avec Huygens — premiers calculs de l'espérance de vie

1671 *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum* (« Traité sur les séries et fluxions) de Newton — calcule les séries de puissance pour la fonction logarithme et s'en sert pour calculer $\log(2)$, $\log(3)$ et $\log(5)$ à 16 décimales

1671 Gregory, dans une lettre à Collins, décrit la série de puissance pour la fonction arctangente

1673 *Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstationes geometricae* de Huygens — première analyse du mouvement d'un pendule, travaux ayant servi à la conception de la première horloge à pendule par Huygens en 1656 — détermine la grandeur de la gravité à l'aide de pendules, ce qui sera utile à Newton pour formuler la loi de la gravitation universelle

1673 Leibniz utilise pour la première fois le terme **fonction**

1674 *Hatsubi Sampo* de Seki Takakazu — donne la solution à 15 problèmes introduits quelques années plus tôt — ajoute des variables et des polynômes au calcul algébrique chinois introduit au Japon trois années plus tôt, mais ne contient aucun symbole pour l'égalité ou la division — utilise l'élimination par **substitution** pour résoudre des systèmes d'équations de degré quelconque

1974 Première lettre de Leeuwenhoek à l'académie Royale des sciences — ces lettres détaillent au fil des ans les premières observations d'orgamismes microscopiques vivants : protozoraires, bactéries, rotifères, etc.

1675 *Cours de chymie* de Léméry — premier grand traité de chimie — définie les mélanges, expose une première théorie des **bases** et des **acides**, etc

1675 Leibniz utilise le **test de convergence** pour les **séries alternées** — il utilise implicitement la définition de **convergence** pour la première fois

Leibniz utilise la notation $\frac{dy}{dx}$, dy et dx pour la première fois dans un manuscrit (le 11 novembre)

Leibniz, dans *Analyseos tetragonisticae pars secunda* (manuscrit jamais publié) utilise pour la première fois le symbole $\int$ — il écrit

> Utile erit scribi pro omnia, ut $\int l=$ omn. l, id est summa ipsorum l.
>
> [Il sera utile d'écrire $\int l$ pour omn., de manière à ce

que $\int l = omn.l$, ou la somme de tout les l.] Leibniz utilisait auparavant omnia pour dénoter l'intégrale, ou même d^{-1} ou $\frac{x}{d}$

1683 *Kai Fukudai No hō* de Seki Takakazu — étude détaillée du processus d'élimination utilisé pour résoudre des systèmes d'équations — création des notions de **déterminant** et de **résultant**, indépendamment des chercheurs européens — découverte des nombres de Bernoulli — utilisation de la **méthode de Newton**

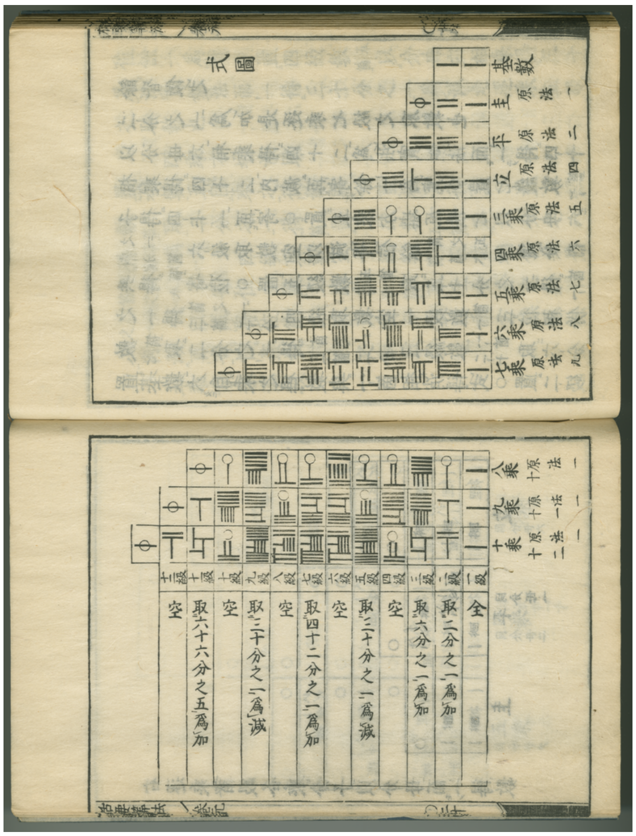


FIGURE 11
Triangle de Pascal et nombres de Bernoulli dans un livre compilant les résultats de Sei Takakazi écrit par un de ses disciples

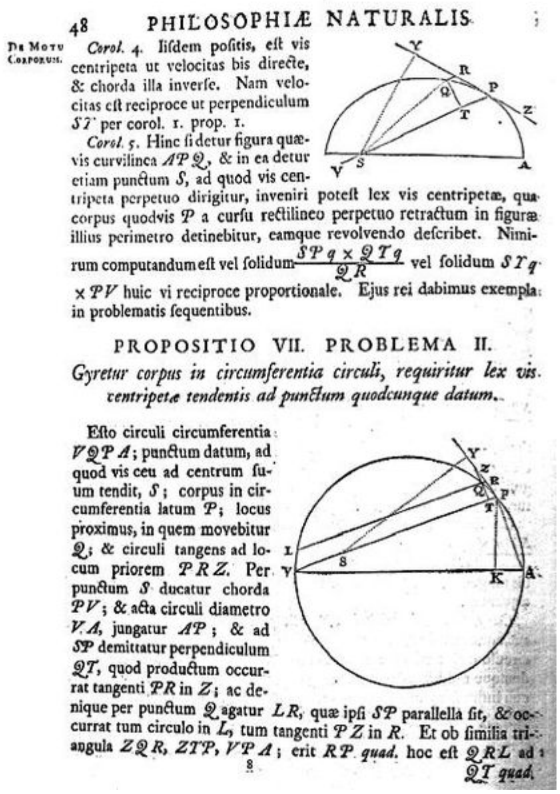
1683 Leibniz calcule le **déterminant** d'une matrice 3×3 pour en faire une condition pour qu'un système d'équation ait une solution — Leibniz utilise des **indices** afin de faire ressortir la structure du déterminant que l'on obtient en les permutant de toutes les manières possibles

1684 *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur* de Leibniz – première publication du **calcul différentiel et intégral** de Leibniz — contient certaines techniques d'intégration importantes, comme la décomposition en fractions partielles

1685 *A Treatise of Algebra both Historical and Practical* de Wallis — première publication de la **méthode de Newton** — la méthode est décrite algébriquement et n'utilise pas la notion de dérivée

1686 *De Geometria* de Leibniz — première publication utilisant le symbole $\int$ pour l'**intégration** — Newton n'avait pas de symbole pour l'intégration alors que Leibniz utilisait ce symbole en privé depuis 1675

1687 *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (« Principes mathématiques de la philosophie naturelle ») de Newton — **mécanique classique** : lois de Newton, gravitation universelle, dérivation des loi de Képler à partir des trois lois de la dynamique — la mécanique classique de Newton sera considérée pendant des siècles comme un idéal pour toutes les disciplines scientifiques dans plusieurs branches de la philosophie, dont certaines deviendrons plus tard différentes disciplines en sciences humaines



48 PHILOSOPHIÆ NATURALIS

De Motu Corporum.

Corol. 4. Iiſdem poſitis, eſt vis centripeta ut velocitas bis directe, & chorda illa inverſe. Nam velocitas eſt reciproce ut perpendiculum *ST* per corol. 1. prop. 1.

Corol. 5. Hinc ſi detur figura quævis curvilinea *APQ*, & in ea detur etiam punctum *S*, ad quod vis centripeta perpetuo dirigitur, inveniri poteſt lex vis centripetæ, qua corpus quodvis *P* a curſu rectilineo perpetuo retractum in figuræ illius perimetro detinebitur, eamque revolvendo deſcribet. Nimirum computandum eſt vel ſolidum $\frac{SPq \times QTq}{QR}$ vel ſolidum $STq \times PV$ huic vi reciproce proportionale. Ejus rei dabimus exempla in problematis ſequentibus.

PROPOSITIO VII. PROBLEMA II.

Gyretur corpus in circumferentia circuli, requiritur lex vis centripetæ tendentis ad punctum quodcunque datum.

Eſto circuli circumferentia *VQPA*; punctum datum, ad quod vis ceu ad centrum ſuum tendit, *S*; corpus in circumferentia latum *P*; locus proximus, in quem movebitur *Q*; & circuli tangens ad locum priorem *PRZ*. Per punctum *S* ducatur chorda *PV*; & acta circuli diametro *VA*, jungatur *AP*; & ad *SP* demittatur perpendiculum *QT*, quod productum occurrat tangenti *PR* in *Z*; ac denique per punctum *Q* agatur *LR*, quæ ipſi *SP* parallela ſit, & occurrat tum circulo in *L*, tum tangenti *PZ* in *R*. Et ob ſimilia triangula *ZQR*, *ZTP*, *VPA*; erit *RP quad.* hoc eſt *QRL* ad *QT quad.*

8

FIGURE 12
Page du *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* de Newton

1689 Bernoulli démontre l'inégalité portant son nom : $(1+x)^n > 1+nx$ pour tout $x > -1$ et $n > 1$

1690 *Sampo-Hakki* de Izeki Tomotoki — donne la **formule de Laplace** pour le **déterminant** d'un système d'équation $n \times n$ et définit le **résultant**

1690 et 1691 Leibniz, dans les lettres à Huygens, utilise la lettre b pour la base du logarithme naturel (aujourd'hui notée e).

1693 *Des quarrez ou tables magiques* de Bernard Frénicle de Bessy — énumère les 880 carrés magiques 4×4 possibles

1694 Bernoulli donne une explication de la **règle de l'Hospital** dans une lettre au marquis de l'Hospital

1696 *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes* de de l'Hopital — premier manuel de **calcul différentiel et intégral**, en fait tiré de notes de cours privés donnés par Bernoulli au marquis — publication de la **règle de l'Hospital**

1696 Solutions au problème du Brachistocrone — début du **calcul des variations**

1698 Leibniz propose l'usage du point pour dénoter la multiplication, au lieu de la croix $\times$, qui est trop facilement confondue avec la variable x dans les équations

1700 ⟶ 1800

1700 Fondation de l'académie des sciences de Berlin — le premier président sera Leibniz

1701 *Explication de l'arithmétique binaire* de Leibniz — premier texte décrivant les opérations arithmétiques sur les **nombres binaires**

1704 *Quadratura curvarum* de Newton

1704 *Opticks* de Newton — contient une appendice nommée *Enumeratio lenearm tertio ordinum* (« Énumération des courbes de 3e ordre ») où Newton classifie les courbes définit par des **équations cubiques**

1704 *Nouveaux essais sur l'entendement humain* de Leibniz — on y retrouve un appel à la création d'une « nouvelle espèce de logique » pour traiter des **probabilités**, théorie encore inexistante à cette époque, pour régler les arguments de droit où les arguments sont plus ou moins plausibles, autant que les questions de jeux de hasard

1706 *Synopsis Palmariorum Matheseos* (« Une nouvelle introduction aux mathématiques ») de Jones — première utilisation imprimée de la notation π pour désigner le rapport de la circonférence au diamètre — l'usage de cette notation ne se répandra pas avant qu'Euler l'adopte à partir de 1736 — le symbole π a été utilisé par plusieurs mathématiciens anglais avant Jones pour désigner le périmètre

> « Il y a de diverses autres manières de trouver les longueurs ou les secteurs des lignes particulières de courbe, ou avions, qui peuvent beaucoup faciliter la pratique ; en tant que par exemple, en cercle, le diamètre est à la circonférence en tant que [...] d/c = π. Cette série [...] »

1706 Bernoulli utilise δ pour dénoter la différence de deux fonctions

1710 Version finale du *Taisei-sankei* de Seki Takakazu et Takebe Kenko — donne la **formule de Laplace** pour le **déterminant** d'un système d'équation $n \times n$

1712 Définition indépendante des **nombres de Bernoulli** par Seki Takakazu

1713 *Ars Conjectandi* de Jacob Bernoulli — fondement de la théorie des probabilités

1715 *Methodus Incrementorum directa et inversa* de Taylor — démonstration du **théorème de Taylor** sur les séries de puissance

1717 *Lineae Tertii Ordines Newtonianae* de Stirling — preuve des résultats sur les cubiques publiés par Newton en 1701

1720 *Geometria organica, sive descriptio linearum curvarum universalis* de Maclaurin — introduction du concept de *multiplicité* des points d'intersection des courbes algébriques — ce texte influencera plusieurs travaux en géométrie algébrique qui mènerons au théorème de Bezout et posa des problèmes qui ont forcé à éclaircir certains points d'algèbre linéaire, en particulier la notion d'indépendance linéaire des équations d'un système

1722 *Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels* de Rameau — premier traité cohérent, inspiré de la pensée cartésienne, qui présente une théorie de la formation des accords en musique et l'idée de mélodie accompagnée d'accords, opposée à la conception contrapuntique (mélodies simultanées) des siècles précédents — l'harmonie n'aurait pas pu être développé au même degré si le problème du *tempérament égal* n'avait pas été résolu

1722 *Clavier bien tempéré* (premier livre) de Bach — fait la promotion de l'utilisation du *tempérament égal*

1727 *Meditatio dans l'instituta de nuper de tormentorum d'explosione d'Experimenta* (« Méditation sur des expériences faites récemment sur la mise à feu du canon ») de Euler — manuscrit (imprimé en 1868) de Euler qui introduit la notation e pour désigner la **base de la fonction exponentielle** — en 1731, dans une lettre à Goldbach, Euler dira que e « dénote le nombre dont le logarithme hyperbolique est égal à 1. »

1727 *Vegetable Staticks* de Hales — première démontration que l'air est nécessaire à la croissance des plantes

1733 « *Euclide libéré de toute faute* » de Saccheri — livre qui tente de démontrer le cinquième postulat des éléments d'Euclide et qui échouera comme toutes les tentatives précédentes, mais qui montre, avec une grande rigueur, qu'en l'absence du cinquième postulat, il y a trois possibilité pour la somme des angles internes d'un triangle 180 degré, moins de 180 degré ou plus de 180 degré. Ces trois cas correspondent aux trois types de géométrie : euclidienne, sphérique et hyperbolique

1734 *Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae* de Euler — introduit la notation $f(x)$ pour dénoter les **fonctions**

1735 *De summis serierum reciprocarum* de Euler — démontre que $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ — Euler avait auparavant réussi à trouver des formules pour approximer la somme, mais sans donner la valeur exacte — c'est la solution à ce problème, que les Bernoulli n'avait pas réussi à résoudre malgré de nombreux efforts, qui a rendu Euler célèbre dans tout l'Europe

1735–1737 Claireaut organise avec Maupertuis une expédition en Finlande pour mesurer un degré de méridien terrestre, pendant que Bouguer et La Condamine font des mesures similaires au même moment à l'équateur — ces mesures combinées établiront que la Terre n'est pas sphérique, mais aplatie aux pôles

1736 Euler résout le *problème des ponts de Königsberg* — premier résultat de la **théorie des graphes**

1736 Euler utilise une comparaison avec une intégrale pour approximer les sommes des séries $\sum \frac{1}{n}$ et $\sum \frac{1}{n^2}$

1737 *Variae observationes circa series infinitas* de Euler — établi un lien entre la série harmonique et les nombres premiers en montrant que

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots = \frac{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 11\cdots}{(2-1)(3-1)(5-1)(7-1)(11-1)\cdots}$$

ce qui lui permet de montrer que la somme des inverses des nombres premiers diverge — ces résultats seront élaborés par Riemann et Dirichlet

1738 *Hydrodynamica* de D. Bernoulli — établit la relation entre le flot et la pression

1738 *The doctrine of chance* de de Moivre — premier traité de probabilité — introduit la *distribution gaussienne* comme un moyen d'approximer la **loi binomiales** pour des grands nombre d'expériences et démontre une version partielle du **théorème central limite**

1740 Euler calcule la somme de la série $\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}$ — ce problème aura résisté à plusieurs mathématiciens et sa solution inspirera plusieurs travaux qui auront une certaine influence sur l'hypothèse de Riemann

1743 *Traité de dynamique* de d'Alembert — principe de d'Alembert

1744 *Methodus Inveniendi Lineas Curvas* de Euler — **calcul des variations**

1747 *Recherche sur les cordes vibrantes* de D'Alembert – il obtient et résout pour la première fois l'**équation des cordes vibrantes**, une des équation fondamentales en physique — l'étude des condition initiales possible pour la corde mènera Euler à réaliser la nécessité de généraliser le concept de **fonction** pour admettre les **fonctions définies par parties** (« La première vibration dépend de notre bon plaisir » dira Euler)

1748 *Introductio in Analysin Infinitorum* d'Euler — un des livres les plus influents de l'histoire des mathématiques — introduit le concept de **fonction** (défini comme composition quelconque d'expression algébrique et analytique) — définition des concepts de fonctions paires et impaires — popularisera l'utilisation des symboles e et π ; dans l'introduction :

> Hujus Circuli de Peripheriam de liquet de Satis dans de numeris de rationalibus d'exacte d'exprimi la bande non, par est d'inventa d'autem d'approximationes. l'esse = 3.14159 [etc., à 128 endroits], pro numero de quo, ergo de brevitatis, π de scribam, ut d'ita reposent le π = le Semicircumferentiae Circuli, rayon de cujus = 1, graduum d'Arcus 180 de longitudo d'erit de π de seu.

— démontre la *relation d'Euler* $e^{i\theta}=\cos(\theta)+i\sin(\theta)$ (mais ne l'exprime pas avec cette notation plus récente) — Euler est arrivé à cette relation en étudiants des équations différentielles comme $y'+y=0$ — première fois qu'on considère les fonctions trigonométriques comme des fonctions — définition de la fonction Γ (qui généralise la fonction factorielle)

1748 *Treatise of Geometry* de Maclaurin — introduit la **règle de Crammer** pour résoudre des systèmes d'équations avant Cramer — Maclaurin connaissait probablement déjà la règle dès 1729

1748 Euler utilise le terme d'**affinité** pour décrite la correspondance entre les courbes obtenue par des transformations affines

1749 d'Alembert et Laplace tentent de démontrer le **théorème fondamental de l'algèbre**

1750 *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Crammer — introduit la **règle de Crammer** pour résoudre des systèmes d'équations — retour sur l'appendice de Newton sur les cubiques

1750–52 Développement de la **formule d'Euler pour les polyèdres** $F-A+S=2$

1755 *Differentialis de calculi d'Institutiones* de Euler — introduit la notation $\sum$ pour les sommes

> Signo de sumus de vsi de denotandam de differentiam d'annonce de Quemadmodum Δ, signo d'indicabimus de summam d'ita $\sum$

— la lettre grecque delta est utilisée pour les différences et la lettre grecque sigma pour les sommes

1756 *Doctrine of Chance* ++

1757 *Principes généraux du mouvement des fluides* d'Euler — équations d'Euler pour la **dynamique des fluides** — fondation de l'hydrodynamique moderne

1759 Bataille des Plaines d'Abraham — prise de Québec par les troupes Anglaises

1759 Clairaut calcule la date du retour de la comète de Halley avec un mois d'erreur — Donnera une immense crédibilité à la mécanique newtonienne

1763 *An Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances* de Bayes — démonstration du **théorème de Bayes** en probabilité

1762-1765 *Solution de différents problèmes de calcul intégral* de Lagrange — utilise implicitement l'adjoint d'une équation différentielle (correspond à la **transposée d'une matrice**, version très abstraite)

1769 Invention de la machine à vapeur par Watt — début de la révolution industrielle

1769 *Institutiones calculi integralis* d'Euler — il étudie pour la première fois les **intégrales doubles** — les calcules par intégration successives et effectues des changements de variables — Sera généralisé aux intégrales triples par Lagrange, qui donne aussi la formule générale pour le changement de variables (déterminant du **Jacobien**)

1770 *Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales par le moyen des séries* de Lagrange — première utilisation du symbole « $'$ » pour la dérivée dans l'expression $u'=\frac{du}{dx}$

1770 *Mémoire sur les Équations aux différence partielles* de Condorcet — première utilisation du symbole ∂

1770 *Réflexion sur la résolution algébrique des équations* de Lagrange — étudie de manière unifiée les techniques de résolution des équations polynomiales de degré plus petit ou égal à 4 — Lagrange met en évidence que dans tout les cas on cherche des fonctions qui sont inchangées quand on permute les zéros, mais que cette idée ne fonctionne pas pour le degré 5 — ce résultat rendra plausible l'impossibilité de résoudre l'équation générale de degré 5

1772 *Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables* de Lagrange — première utilisation de la notation différentielle $dy = \phi' \, dx \iff \phi' = \frac{dy}{dx}$

1776 Déclaration d'indépendance des États-Unis d'Amérique

1777 Euler utilise le symbole i pour la première fois dans un mémoire qui sera édité en 1794 dans *integralis de calculi d'Institutionum*

1782 Laplace introduit la **transformée de Laplace**, une transformation qui permet de résoudre plusieurs équations différentielles en physique.

1783 Michell de l'Université de Cambridge suggère la possibilité de trous noirs

1787 *Méthode de nomenclature chimique* de Lavoisier — établie la base des règles de nomenclature des substances chimiques encore utilisées aujourd'hui — concept d'élément chimique ne pouvant pas être décomposé

1786 *Mémoire sur la manière de distinguer les maxima des minima dans le Calcul des Variations* de Legendre — première utilisation du symbole ∂ dans l'expression $\frac{\partial z}{\partial x}$

1786 *Exposition élémentaire des principes des calculs supérieurs* de L'Huilier — première utilisation du symbole $\lim.$ (avec un point) :

> Pour abréger & pour faciliter le calcul par une notation plus commode, on est convenu de désigner autrement que par $\lim.\frac{\Delta P}{\Delta x}$, la limite du rapport des changements simultanés de P & de x, favoir par $\frac{dP}{dx}$; en sorte que $\lim.\frac{\Delta P}{\Delta x}$ ou $\frac{dP}{dx}$; désignent la même chose

1788 *Méchanique Analitique* de Lagrange — formulation nouvelle de la mécanique classique (de Newton) à l'aide d'un **principe de moindre action**

1788 L'académie des science approuve la création d'un système de mesure universel, le future **système métrique** — ce projet sera aussi approuvé par l'assemblée nationale française en 1790, qui donnera la première définition du mètre

1789 Début de la révolution française

1789 *Traité élémentaire de chimie* de Lavoisier — loi de conservation de la masse lors des réactions chimiques

1773–1775 *Recherches d'arithmétique* de Lagrange — première étude complète des formes quadratiques à deux variables (équations de la forme $Ax^2 + Byx + Cy^2$ à l'aide de substitutions linéaires (**transformations linéaires**)

1794 *Éléments de géométrie* de Legendre — ce livre aura un très grand succès et remplacera les éléments d'Euclide dans l'enseignement en France et aux États-Unis

1794 Legendre complète une preuve erronée de Lambert qui démontre que **π est irrationnel** et n'est pas la racine carré d'aucun nombre rationnel

1794 Fondation de l'école polytechnique en France — pour former des officiers militaires ingénieurs — l'école polytechnique formera accueillera plusieurs grands mathématiciens comme étudiants ou comme professeurs

1795 Gauss commence développe la méthode des moindres carrés

1795 Rédaction de la *Géométrie descriptive* de Monge

1796 *Exposition du système du Monde* de Laplace — dans une annexe des premières éditons, on y calcule la masse requise pour que la vitesse d'échappement soit égale à la vitesse de la lumière — ce calcul, bien que basé sur des erreurs physiques, anticipe l'idée de trou noir et arrive à une formule pour le rayon de Schwarzschild, conséquence de la relativité générale au 20e siècle

1797 *Théorie des Fonctions Analytiques, contenant les principes du calcul différentiel, dégagés de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissants, de limites ou de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies* de Lagrange— études des fonctions définies par des **série de puissances** — introduit la notation $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ pour les dérivées successives d'une fonction

> Nous appellerons la fonction $f\,x$, *fonction primitive*, par rapport aux fonctions $f'\,x$, $f''\,x$, &c. qui en dérivent, et nous appellerons celles-ci, *fonctions dérivées*, par rapport à celle-là.

1798 *An Essay on the Principle of Population* de Malthus — un des livres fondateurs de l'étude de l'évolution des population — propose un des premier modèle de croissance de population, le modèle exponentiel, qui sera la base pour les travaux à venir

1799 Premier volume du *Traité de la mécanique céleste* de Laplace — synthèse des résultats connus à l'époque qui recense les irrégularités des résultats obtenus — modernisation de la mécanique Newtonienne appliquée aux mouvements des astres — l'ensemble du traité étudiera les marée et proposera une première version de la théorie actuelle de la création du système solaire — le traité utilise le **mètre** comme unité de longueur et un système décimal pour les angles et les jours

1799 Premières preuves satisfaisantes mais incomplètes du **théorème fondamental de l'algèbre** par Gauss

1799 Découverte de la *pierre de Rosette* par les troupes de Napoléon dans le delta du Nil — le texte traduit en plusieurs langues a permit à Young et Champollion de déchiffrer pour la première fois les hiéroglyphes égyptiens.

1800 ⟶ 1900

1800 *De Calcul des dérivations et ses usages dans la théorie des suites et dans le calcul différentiel* de Arbogast — utilisation du symbole $D_x y$ pour la dérivée de y par rapport à x

1801 *Expérience des fentes de Young* — expérience qui a mis en évidence la **nature ondulatoire de la lumière**

1801 *Disquisitiones Arithmeticae* de Gauss — premier traitement unifiés des travaux en théorie des nombres de Fermat, Descartes et des autres prédécesseurs de Gauss — premier traitement rigoureux du **théorème fondamental de l'arithmétique**, Gauss était le premier à en reconnaître le rôle central — **arithmétique modulaire**, avec une notation très proche de la notation moderne, **loi de réciprocité quadratique** et autres concepts importants en **théorie des nombres** — première utilisation du terme **déterminant** — étude des formes quadratiques à trois variables à l'aide de substitution linéaires (**transformations linéaires**) — utilise de manière implicite un **produit matriciel** pour décrire la composition de deux substitutions linéaires — utilise une notation en tableau qui est pratiquement la même que la **notation matricielle** — écrit en 1798, mais publié en 1801

1801 Piazzi découvre l'astéroide Céres et parvient à suivre sa trajectoire pendant 40 jours en utilisant la méthode des moindres carrés pour la déterminer, ce qui est beaucoup plus simple que de résoudre les équations de Képler pour déterminer l'orbite

1802 *A Theory of color vision* de Young

1803 *Géométrie de position* de Carnot — considère que l'utilisation des nombres négatifs entraîne des « multitudes de paradoxes » en mathématiques (il cite par exemple le fait que la fonction x^2 ne serait plus croissante)

1805 *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes* de Legendre — première publication de la **méthode des moindres carrés**

1806 *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques* d'Argand — une des tentatives de représenter les nombres imaginaires géométriquement, la représentation actuelle sera proposée seulement vers 1831 par Gauss — développe l'idée d'**addition de vecteurs** sous une forme géométrique — introduit la notation $\vec{ab}$ pour un vecteur

1808 Seconde édition du *Théorie des nombres* de Legendre — énonce la conjecture disant que le nombre de nombre premiers inférieurs à n, noté $\pi(n)$, est approximativement $\frac{n}{\log(n)}$

1808 *Élémens d'arithmétique universelle* de Kramp — première utilisation de la notation $n!$ pour la **fonction factorielle**

1809 *Theoria motus corporum coelestium* de Gauss — **méthode des moindres carrés** — Gauss a développé cette technique pour déterminer l'orbite d'une planète à partir d'un petit nombre d'observations — première apparition du graphe de la **loi normale**

1810 *Mémoire sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grand nombres et sur leur application aux probabilités* de Laplace — améliore les résultats de Gauss sur la distribution normale

1812 *Théorie analytique des probabilités* de Laplace — développe les résultats de de Moivre sur l'approximation d'une **loi binomiale** par une **loi normale** et introduit le **théorème central limite** et plusieurs nouveaux concepts en théorie des probabilités

1814 *Réflexions sur la nouvelle théorie d'analyse* d'Argand — première preuve complète du **théorème fondamental de l'algèbre** — c'est aussi la première fois qu'on énonce ce théorème en utilisant des polynômes à coefficients complexes

1814 Première utilisation des termes « **commutatif** » et « **distributif** » par Servois

1814 Laplace énonce l'hypothèse déterministe selon laquelle une connaissance parfaite de l'état présent de l'univers permettrait de déterminer parfaitement tout ses états futurs

1815 Cauchy — note les **déterminants** sous forme de tableaux

1817 *Rein analytischer Beweis...* de Bolzano — première démonstration du **théorème de la valeur intermédiaire** — on le considérait auparavant comme une évidence géométrique — le titre de l'ouvrage est l'énoncé complet du théorème

1821 Fondation de l'Université McGill

1821 *Cours d'analyse* de Cauchy — notes pour un cours donnée à la nouvelle école Polytechnique qui ont grandement contribué à rendre l'analyse plus rigoureuse — première utilisation de ε pour désigner une quantité arbitrairement petite (plus précisément ε pour erreur et δ pour différence)

1822 *Théorie analytique de la chaleur* de Fourier — introduction des **séries de Fourier** — introduit la notation $\int_a^b f(x)\,dx$ pour l'**intégrale définie** :

> Nous désignons en général par le signe $\int_a^b$ l'intégrale qui commence lorsque la variable équivaut à a, et qui est complète lorsque la variable équivaut à b

— ce texte est probablement la première source à considerer les fonctions complètement générale (citation : « une suite de valeurs dont chacune est arbitraire »)

1822 *Traité des propriétés projectives des figures* de Poncelet — redécouverte de la **géométrie projective**

1823 *Annales* de Sarrus — première utilisation de la barre verticale pour l'évaluation des primitives dans les intégrales définies (comme dans l'expression $\int_a^b u\,dx = U|_a^b$) — la notation sera reprise par Moigno et Cauchy

1824 Abel démontre qu'il est impossible de résoudre l'équation polynomiale générale de degré 5 en utilisant des racines, en se basant sur les travaux antérieurs de Ruffini

1825 Théorème de Cauchy sur les intégrales

1826 Cauchy cherche une condition pour déterminer les axes principaux d'une conique et découvre le **polynôme caractéristique** d'une matrice et démontre qu'il est invariant par transformation linéaire — premier calcul de **valeurs propres** et, implicitement, de **vecteur propre**

1826 Abel démontre qu'il est impossible de trouver une formule algébriques (avec l'addition, la multiplication et des racines) donnant les solutions d'une équation polynomiale générale de degré 5.

1826 *Die Combinatorische Analyse* de Ettingshausen — utilise le symbole $\binom{n}{k}$ pour les combinaisons

1826 *On a Method of Expressing by Signs the Action of Machinery* de Babbage — description d'un langage symbolique qui aidera Babbage à concevoir sa machine analytique, le premier ordinateur universel mécanique — la machine de Babbage est le premier ordinateur programmable complet (ayant les mêmes capacités de calcul qu'une machine de Turing ou qu'un ordinateur moderne) ayant été conçu

1826 synthèse de la première molécule organique, l'urée, par Wöhler — démontre que la théorie prédominante disant que les composantes chimiques impliqués dans les processus de la vie – appelées « organiques » — n'ont pas de propriétés spéciales associées à la vie.

1827 Loi d'Ampère et loi d'Ohm en électricité

1827 *Disquisitiones Generales circa Superficies Curvas* de Gauss — article qui montre comment décrire la géométrie sur des surfaces quelconques et explique le fait que cette géométrie est une propriété intrinsèque de la surface qui n'est pas nécessairement déduite de notre représentation des surfaces en trois dimension — « théorème remarquable » de Gauss, disant que la courbure de Gauss ne change pas par isométrie — cet article aura une très grande influence sur le développement de la **géométrie différentielle**

1827 *Der barycentrische Calcul* de Möbeus — utilise des quantités dirigées, vecteus primitis — introduit l'idée de coordonnées homogènes et discute de transformations projectives

1827 Brown observe pour la première fois le mouvement brownien en observant des grains de pollen dans l'eau, mais ne pourra pas expliquer ce mouvement

1828 **Théorème de Green**

1829 Cauchy démontre que les **valeurs propres** d'une **matrice symétrique** sont réelles

1829 Dirichlet étudie la convergence des séries de Fourier

1829 La matrice jacobienne et le déterminant jacobien sont définis par Jacobi

1829 *O nachalakh geometrii* (« Sur les fondements de la géométrie ») de Lobachevskii — première publication présentant une **géométrie non-euclidienne**

1831 *Discussion sur les progrès de l'Analyse pure* de Galois

1831 Gauss prouve que la conjecture de Képler est vraie tant qu'on se limite aux remplissages périodique de l'espace par des sphères — ceci ne règle pas complètement la question, mais montre que s'il y a un meilleur remplissage de l'espace que celui conjecturé par Képler, il doit être apériodique

1831 *Über eine besondere Art von Umkehrung der Reihen* de Mobïus — définition et étude de la **fonction de Mobïus**

1832 Lettre de Galois à Chevalier — lettre écrite la veille d'un duel, dont Galois sortira avec des blessures mortelles, qui résume les découvertes de Galois — il aurait eu entre autre des idées concernant les **surfaces de Riemann**

1833 *Elementary Principles of the Theories of Electricity* de Murphy — première utilisation de δ pour l'opérateur laplacien

1833 *Nouvelles méthodes pour la résolution des équations* de Sarrus — présente la **règle de Sarrus** pour calculer les déterminants d'ordre 3

1833 Brown nomme le noyau cellulaire après avoir observé sa présence dans toutes les cellules

1835 *Sur l'homme et le développement de ses facultés* de Quetelet — présente l'idée d'un « homme moyen » sur lequel les trais humains sont centrés et distribué selon la **loi normale**

1835 *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps* de Coriolis — force de Coriolis et son utilisation pour la dynamique dans les repères en rotation

1837 Théorème de Dirichlet sur les nombres premiers dans les suites arithmétiques — Dirichlet prouve que pour deux entiers premier entre eux a et b, la suite arithmétique $ak+b$ contient une infinité de nombre premiers — cette preuve utilise un argument les techniques de l'analyse, ce qui était une première à l'époque en théorie des nombres

1837 Définition générale du concept de fonction par Dirichlet

1837 *Recherches sur la probabilité des jugements* de Poisson — **distribution de Poisson en probabilité** vu comme cas limite de la distribution binomiale — première utilisation de l'expression « loi des grands nombres »

1837 *Lehrbuch der Statik* de Möbius — livre sur la statique où pour la première fois on décompose clairement un **vecteur** selon deux axes

1838 *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement* de Verhulst — Présentation du modèle de Verhulst pour l'évolution des populations en présence de ressources limités — utilise l'équation différentielle logistique comme modèle

1940 *Sur les variations séculaires des éléments elliptiques des sept planètes* de Le Verdier — pose les équations différentielles pour étudier les variations des orbites des sept planètes connue à l'époque et effectue un calcul complexe qui implique le calcul d'un déterminant 7×7 et utilise implicitement les concepts de **valeurs propres**, de **polynôme caractéristique** et de **diagonalisation d'une matrice** — ces calculs serviront plus tard à prédire l'existence de Neptune à partir de l'étude des perturbations de l'orbite d'Uranus

1841 *Mathematische Werke, Band I* de Weierstrass — première utilisation du symbole lim (sans point)

1842 *Verallgemeinerung eines Satzes aus der Lehre von den Kettenbrüchen nebst einigen Anwendungen auf die Theorie der Zahlen* de Dirichlet — utilisation du principe des tiroirs dans une preuve, celle du théorème d'approximation de Dirichlet sur les approximations de nombres réels par des nombres rationnels

1842 *Notions sur la machine analytique de M. Charles Babbage* de Menabrea — premier programmes informatiques publiés (pour le calcul et la solution d'équation algébriques)

1843 Hamilton découvre les **quaternions** — les quaternions seront considéré un certain temps comme une manière de généraliser à plusieurs dimensions le lien entre la géométrie plane et les nombres complexes — donnera la formule pour le **produit vectoriel** et le **produit scalaire**

1843 Liouville présente à l'Académie des science que Galois avait dans ses papiers une solution « aussi exacte que complète » au problème de la solution algébrique des équation polynomiales — on confirme que Galois a démontrer qu'il est impossible de résoudre de manière générale les équations polynomiales de degré 5 et plus — les idées de Galois était très innovatrices et contiennent plusieurs résultats fondamentaux de la **théorie des groupes** et préfigurent les techniques importantes de algèbre moderne

1843 Lovelace traduit l'article de Manabrea et publie d'autres programmes pour la machine analytique en collaboration avec Babbage, ce qui en fait la première programeuse

1844 Travaux d'Eisenstein en théorie des nombres — en utilisant la notation et les idées de Gauss, défini le **produit matriciel** (pour les matrices carrées), constate qu'il est non-commutatif, et défini l'**inverse d'une matrice**

1844 **Ausdehnungslehre** de Grassmann — algèbre multilinéaire

1845 Cayley, Grassmann et Kronecker commencent à utiliser des vecteurs en donnant leurs n composantes

1845 *On the theory of linear transformations* de Cayley

1846 preuve d'une version faible de la loi des grands nombres (de Poisson) par Chebychev

1847 *Vorstudien zur Topologie* de Listing — première publication à utiliser le mot « Topologie »— Listing utilisait le mot allemand depuis 10 ans dans sa correspondance, avec le sens général qu'on lui donne aujourd'hui

1850 Première version du **théorème de Stokes** dans un postscriptum d'une lettre de Sir William Thomson (Lord Kelvin) à Stokes

1850 *On a New Class of Theorems* de Sylvester — première utilisation du terme « **matrice** »

1851 *Grundlagen für eine Theorie der Funktionen einer veänderlichen complexen Grösse*, thèse de doctorat de Riemann — équations de Cauchy-Riemann pour la dérivée des **fonctions complexes**, **surfaces de Riemann** qui permettent de mieux comprendre les fonctions complexes

1851 *Paradoxien des Unendlichen* (« Paradoxes de l'infini ») de Bolzano — discute des problèmes lié à l'utilisation de l'infini en mathématique

1852 Le séminaire de Québec devient l'Université Laval

1852 Énoncé de la **conjecture des quatre couleurs** par Guthrie

1853 *Lectures on Quaternions* de Hamilton

1853 Examen d'habilitation de Riemann — définition de l'**intégrale définie** à l'aide de *sommes de Riemann*

1854 Hermite — défini le concept de **matrices orthogonales** et démontre que leur valeurs propres sont réelles

1854 *Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen* (« Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie ») de Riemann — définie la géométrie différentielle sur les variétés (surfaces généralisés) de dimension n quelconque — calcul de longueurs sur des variétés — les idées de ce textes préparent le terrain pour l'arrivée de la *relativité générale*

1854 *On the Theory of Groups* de Cayley – Première définition abstraite du concept de **groupe**

1854 *Laws of Tought* de Boole — création de la **logique algébrique** (0 = faux, 1 = vrai, somme = « ou » et produit = « et » et variables pour les propositions) — premier système de déduction algébrique — contient aussi une tentative d'étendre la logique algébrique à un calcul de **probabilités**

1857 L'académie des sciences offre son Grand Prix pour une preuve du dernier théorème de Fermat

1857 *Theorie der Abel'schen Functionen* de Riemann — première version du Théorème de Riemann-Roch en géométrie algébrique, dont la version finale sera due à Roch en 1965, un étudiant de Riemann

1858 *Memoir on the theory of matrices* de Cayley — première définition générale du concept de **matrice** et étude des propriétés des matrices — généralisation du concept de **déterminant**

1858 Möbius présente un mémoire à l'Académie des sciences où il étudie les propriétés des surfaces à un seul côté, dont la **bande de Möbius** est n'est pas **orientable**

1858 Dedekind imagine définir les **nombres réels** à l'aide de coupure dans l'ensemble des nombres rationnels (appelées aujourd'hui **coupures de Dedekind**)

1859 *Origin of spicies by natural selection* de Darwin

1859 *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse* (« Sur le nombre de nombres premiers inférieurs à une grandeur donnée ») de Riemann — Énoncé de l'**hypothèse de Riemann** sur la fonction zêta et la distribution des nombres premiers — un des problèmes les plus célèbres en mathématique n'ayant toujours pas été résolut (en 2011) — utilise le symbole ζ pour la fonction zêta

1860 *Orders of infinity* de Pierce — anticipe l'idée d'une arithmétique des cardinaux infinis qui seront découvertes par Cantor plus tard

1861 Weierstrass démontre l'égalité des dérivées partielles suivante sous certaines hypothèses

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

1862 Maxwell émet l'hypothèse que la lumière est un phénomène électromagnétique

1862 Grassmann donne la formule

$$\dim(V) + \dim(W) = \dim(V+W) - \dim(V \cap W)$$

reliant les dimensions de sous-espaces vectoriels

1863 Cours d'analyse de Weierstrass — popularise l'utilisation des arguments « $\varepsilon - \delta$ » en analyse — cette formulation des définitions de base des concepts du **calcul différentiel** remplacera les définitions utilisant des « points mobiles » de nature géométrique, ce qui sera un premier pas vers le remplacement de la géométrie par l'arithmétique comme fondement des mathématiques — démontre que les **nombres complexes** sont la seule extension algébrique commutative des réels

1865 *Experiments on Plant Hybridization* de Mendel — article qui établi les loi de l'hérédité, induites d'une expérience sur 29000 plan de pois — l'article sera pratiquement ignoré jusqu'en 1900, moment où il sera redécouvert par plusieurs chercheurs

1867 Création de la confédération du Canada par l'acte de l'Amérique du nord britannique

1867 *Sur le calcul des systèmes linéaires*, lettre de Laguerre à Hermite — premier à dénoter la matrice des coefficient d'un système d'équations linéaires par une lettre et à en définir l'addition, la soustraction et la multiplication

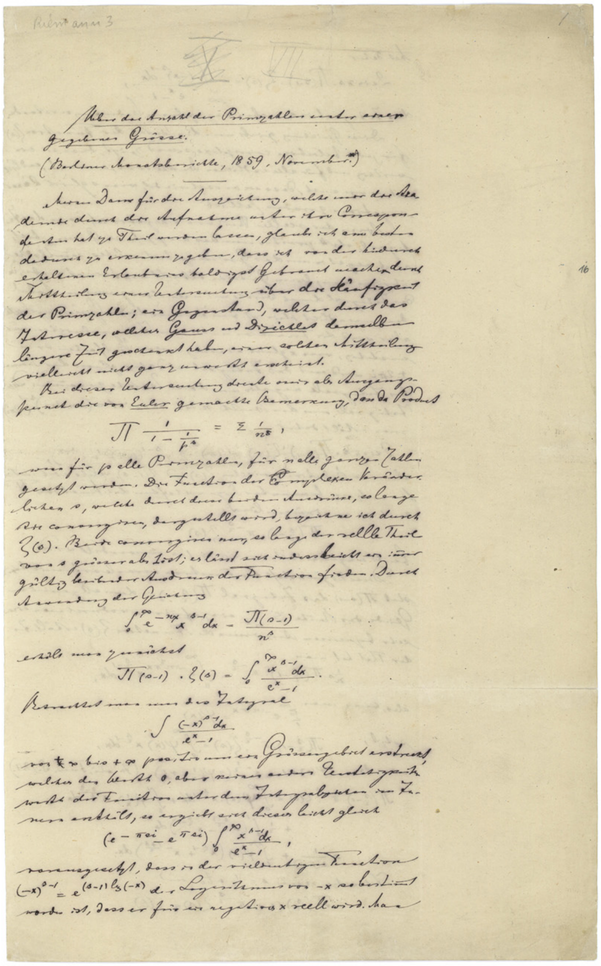


FIGURE 13
Page du manuscrit de l'article *Sur le nombre de nombres premiers inférieurs à une grandeur donnée* de Riemann

1868 Essai de Beltrami sur la géométrie non-Euclidienne — en travaillant sur les fonctions d'une surface dans une autre, Beltrami construit un modèle de la géométrie non-euclidienne hyperbolique dans le disque et réalise que l'existence d'un tel modèle implique que les axiomes de Lobachevskii pour les géométrie non-euclidienne sont respectés, ce qui implique que ces axiomes ne peuvent pas entraîner de contradiction — cet exemple est important sur le plan logique, puisque qu'il est un prototype de raisonnement courant en logique : si une théorie a un modèle, elle ne peut pas être contradictoire

1869-1873 Développement de la théorie des groupes continus par Lie

1870 *Traité des substitutions et des équations algébriques* de Jordan — élaboration des travaux de Galois — définition de nombreux concepts important de la **théorie des groupes** : groupe quotient, homomorphismes, suite de décomposition, etc — ce texte influencera beaucoup les travaux de Lie et de Klein sur les groupes continus

1870 *Logic of relatives* de Pierce — extension de la théorie des relations de de Morgan qui inspirera plusieurs travaux au 20e siècle, dont ceux sur les bases de données relationnelles en informatique

1871 Cantor défini rigoureusement les **nombres réels** afin de pouvoir étudier la transcendance et l'algébricité des nombres.

1871 Introduction par Dedekind des concepts algébriques de corps, d'anneau, de module et d'idéal

1871 Première classification des éléments chimiques par Mendeleev — le tableau périodique

1872 *Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen* de Cantor — dans le cadre de l'étude des séries trigonométriques, Cantor introduit la définition des nombres réels comme classes d'équivalence de suite de Cauchy — introduit le concept d'ensemble dérivée (appelé aujourd'hui l'**ensemble des points limites**), a défini les **ensembles fermés** de nombres réels comme les ensembles qui contiennent tout leur points limites, et introduit l'idée d'*ensemble ouvert*

1872 *Stetigkeit und Irrationale Zahlen* de Dedekind — première publication présentant les coupures de Dedekind, un moyen de définir rigoureusement les **nombres réels**

1872 *Théorèmes sur les groupes de substitution* de Sylow — preuve des théorèmes de Sylow, enseignés aujourd'hui dans les cours de théorie des groupes

1872 Dans un de ses cours à l'académie de Berlin, Weierstrass donne le premier exemple de fonction continue partout sur son domaine mais différentiable nul part

1872 Klein fait un discours inaugural à Erlanger — il y définit la géométrie comme l'étude des propriétés de l'espace qui sont invariantes sous un groupe de transformation — ce point de vue aura une grande importance sur le développement des mathématiques et sera connu sous le nom « Erlanger programm »

1873 *Treatise on Electricity and Magnetism* de Maxwell — équations de base de l'électromagnétisme et théorie électromagnétique de la lumière

1873 *Sur la fonction exponentielle* d'Hermite — preuve que e **est transcendantal**

1874 *Über eine Eigenschaft des Inbegriffs aller reellen algebraischen Zahlen* (« Sur une propriété du système de tous les nombres algébriques réels ») de Cantor — preuve que les nombres rationnels et les nombres algébriques sont en bijection avec les nombres naturels, mais que ce n'est pas le cas pour les nombres réels — Cantor découvre qu'il y a différente tailles d'ensembles infinis en démontrant la non-dénombralilité des nombres réels — la **preuve diagonale** imaginée par Cantor pour pouver que $\mathbb{R}$ n'est pas dénombrable a inspiré plusieurs arguments par la suite, en particulier en logique et en informatique

1875 *der Mathematik de Lehrbuch* de Steinhauser — utilise le symbole « $\approx$ »

1876 *On the Equilibrium of Heterogeneous Substances* de Gibbs — étude des équilibres chimiques, application importante des mathématiques à la chimie

1877–1878 *Theory of sound* de Rayleigh — fondation de la théorie moderne du son

1878 Fondation de l'Université de Montréal, initialement appelée « Université Laval à Montréal »

1878 Formulation de l'**hypothèse du continu** par Cantor — postule que la cardinalité de $\mathbb{R}$ est la plus petite cardinalité après celle de l'ensemble de $\mathbb{N}$

1879 *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (« Notation-concept, le langage formel de la pensée pure comme celle de l'arithmétique ») de Frege — ce livre est considéré par plusieurs comme le début de la logique moderne et les concepts qui y sont développés ont eue beaucoup d'influence sur le langage moderne des mathématiques — création de la logique des prédicats : théorie des **quantificateurs** « pour tout » et « il existe » et des variables quantifiées (les systèmes logiques antérieurs n'étaient pas assez riches pour exprimer certains énoncés impliquant ces quantificateurs, et certaines confusions logiques importantes on eu lieu en mathématiques, e.g. continuté vs continuité uniforme) — utilisation de la notion de fonction pour clarifier la notion de propostion — clarification du concept de fonction et de variable — idée du formalisme : la validité d'une preuve dépend uniquement des aspects formels des expressions qui y apparaissent

1879 *Vorlesungen über Zahlentheorie* de Dedekind — introduit la notion d'**idéal** en théorie algébrique des nombres, domaine de recherche liée au dernier théorème de Fermat, toujours pas démontré à cette époque

1881 *On the logic on number* de Pierce — défini un ensemble infini comme étant un ensemble qui peut être mis en bijection avec un de ses sous-ensembles propres

1881–1884 *Elements of Vector Analysis* de Gibbs — **calcul différentiel vectoriel**

1882 *Über die Zahl π* de Lindmann — preuve de la **transcendance** de π — π étant trancendant, on montrait du même coup que le problème ancien de la **quandrature du cercle** dans le cadre de la géométrie euclidienne était impossible à résoudre

1883 Kovalevski devient la première femme à obtenir un poste de professeur (à l'université de Stockholm)

1884 *Home Insurance Building* de Le Baron Jennen à Chicago — premier gratte-ciel avec une structure d'acier

1884 *Grundlagen der Arithmetik* de Frege — tentative de fondation des mathématiques sur la logique — utilise une notion d'*ensemble* ayant une faille importante qui sera révélée par le **paradoxe de Russell**

1884 Schwarz démontre que la sphère est solide de surface minimale ayant un volume donné — ce résultat explique plusieurs formes naturelles, comme celle des bulles

1885 Pierce — fait pour la première fois la distinction entre la quantification de premier et de deuxième ordre

1885 *On the Algebra of Logic : A Contribution to the Philosophy of Notation* de Pierce — introduit une notation pour les quantificateurs dont la notation moderne dérive

1887 Publications simultanées de Jordan et de Clasen — décrit la méthode dite de « Gauss-Jordan » pour résoudre des systèmes d'équations linéaires et pour trouver l'inverse d'une matrice — l'algorithme est basé sur la réduction de Gauss, déjà connue à cette époque

1887 Expérience de Michelson et Morley - interféromètre qui a déterminé que l'éther, substance fixe, n'existait pas, ou, autrement dit, que la vitesse de la lumière est la même dans toutes les directions. Ce résultat servira de principe de base à Einstein pour la relativité restreinte.

1888 *Colcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Grassman, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva* de Peano — définition axiomatique d'un **espace vectoriel** sur $\mathbb{R}$ et de la notion d'**application linéaire** — utilise les notations $\bigcap$ et $\bigcup$ pour dénoter l'intersection et l'union de deux ensembles — première introduction des espaces vectoriels et l'algèbre linéaire similaire à celle d'aujourd'hui :

1. $(a = b)$ si et seulement si $(b = a)$, si $(a = b)$ et $(b = c)$ alors $(a = c)$.
2. La somme de deux objets a et b est définie, i.e. un objet est défini et dénoté par $a + b$, qui est aussi dans le système, satisfaisant : si $(a = b)$ alors $(a + c = b + c)$, $a + b = b + a$, $a + (b + c) = (a + b) + c$, et la valeur commune de cette dernière égalité est dénoté par $ab + c$.
3. Si a est un objet du système et m est un entier positif, alors on comprend par ma la somme de m objets égaux à a. Il est facile de voir que pour des objets a, b, $\ldots$ du système et des entiers positifs m, n, $\ldots$ on a que : si $(a = b)$ then $(ma = mb)$, $m(a + b) = ma + mb$, $(m + n)a = ma + na$, $m(na) = mna$, $1a = a$.
   On suppose que pour n'importe quel nombre réel m la notation ma a un sens tel que les dernières équations sont valides.

Peano défini la **dimension** d'un tel système par le nombre maximal d'objets linéairement indépendants, et montre que si la dimension est finie, un espace vectoriel a toujours une base

1888 *Was sind und was sollen die Zahlen ?* [« Que sont et que doivent être les nombres ? »] de Dedekind — propose l'idée de définir les **nombres naturels** en utilisant l'idée de successeur et l'**induction mathématique**

1889 *Arithmetices Principia, nova methodo exposita* de Peano — axiomes pour les **nombre naturels** — version plus complète de l'idée de Dedekind publiée en 1888 — utilise la lettre grecque ε pour la relation d'appartenance à un ensemble

1890 *The principles of Psychology* de James — première définition de la psycologie

1890 *Map colour theorems* de Heawood — prouve que cinq couleurs suffisent pour colorier les cartes, mais ne démontre par que quatre couleur suffisent, ce qui était la conjecture courrante — ce problème ne sera pas résolu avant les années 1970

1891 Cantor utilise pour la première fois une **preuve diagonale** pour démontrer la non dénombrabilité des nombres réel, déjà établie avec d'autres techniques — ce type d'argument sera très utilisé dans le développement de la logique (en particulier le théorème de Gödel) et pour obtenir plusieurs résultats fondamentaux en informatique théorique

1891 Carvallo est probablement le premier à exprimer clairement la différence entre opérateur linéaire (ne dépend pas des bases) et matrice (dépend des bases)

1893 *Uniplanar Algebra* de Stringham — utilise le symbole ln pour le logarithme naturel

1895 *Analysis situs* de Poincaré — premier exposé systématique de la **topologie générale** qui abstrait les propriétés des ensembles ouverts pour démontrer de la manière la plus générale possible les résultats fondamentaux en analyse

1895 *Formulario Mathematico* (« Formulaire de mathématiques ») de Peano — recueil des principaux résultats mathématiques écrit en utilisant un langage symbolique développé par Peano — utilise N pour les nombres naturel, mais des notations différentes des notations modernes pour les autres ensembles de nombres — utilise $\supset$ pour l'implication — utilise « A – B » pour la différence d'ensemble et $A \subset B$ pour l'inclusion

1896 Démonstration indépendante du **théorème des nombres premiers** par Hadamard et de la Vallée-Poussin — ce résultat permet d'estimer le nombre de nombres premiers entre 1 et n, qui tend à l'infini à la même vitesse que $\frac{n}{\log(n)}$

1898 Frobenius démontre le théorème de réciprocité de Frobenius en théorie de la représentation

1900 $\longrightarrow$ aujourd'hui

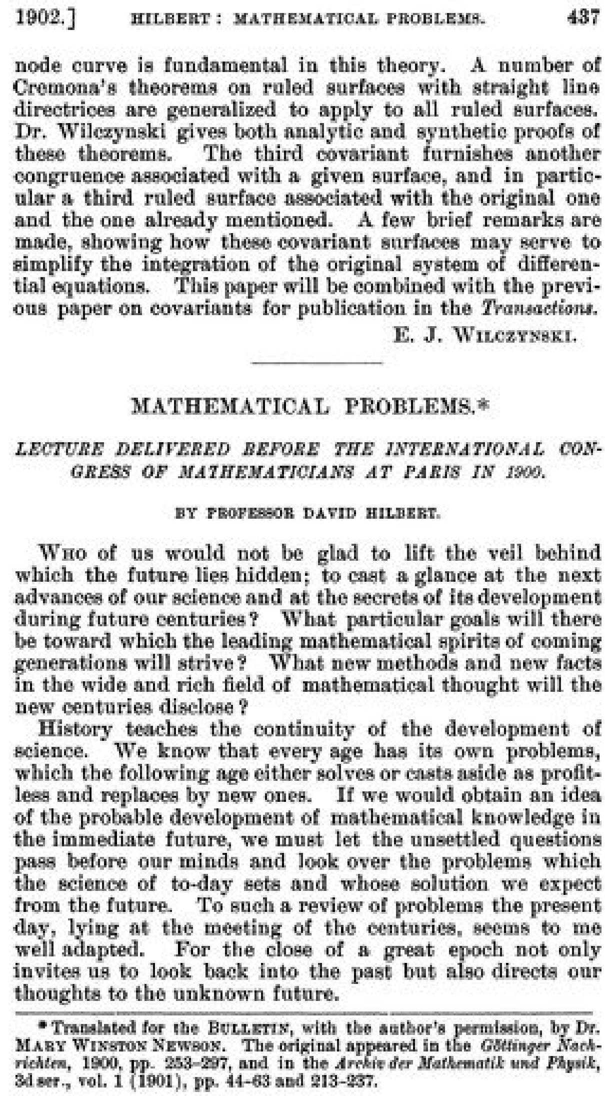
1900 *Mathematische Probleme* d'Hilbert — liste de 23 problèmes mathématiques (les **23 problèmes d'Hilbert**) qui guideront la recherche en mathématique au XX^{e} siècle — quelques problèmes marquants : la complétude des fondements logiques des mathématiques, l'hypothèse du continu, la conjecture de Goldbach, la transcendance des puissances des nombres algébriques, la conjecture de Képler, l'hypothèse de Riemann, etc.

1900 *Die partiellen differential-gleichungen der mathematischen physik nach Riemanns Vorlesungen* de Weber — première utilisation de grad pour désigner le **gradiant**

1902 *Intégrale, longueur, aire* de Lebesgue — pose les bases de la **théorie de la mesure** et définit l'**intégrale de Lebesgue**, plus générale que l'intégrale de Riemann

1902 *Vector Analysis* de Gibbs — utilise les notations « point » pour le produit scalaire et $\times$ pour le produit vectoriel

1903 Paradoxe de Russell — l'ensemble des ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes force les logiciens à formaliser plus rigoureusement la théorie des ensemble qui devient le fondement des mathématiques — Russell décrit le paradoxe à Frege dans une lettre, le paradoxe invalidant un des axiomes du système logique (l'axiome de compréhension) que Frege s'apprêtait à publier dans *Grundgesetze der Arithmetik* — le paradoxe a aussi été découvert par Zermelo, qui en avait discuté avec Hilbert mais qui n'a pas publié le résultat



1902.] HILBERT : MATHEMATICAL PROBLEMS. 437

node curve is fundamental in this theory. A number of Cremona's theorems on ruled surfaces with straight line directrices are generalized to apply to all ruled surfaces. Dr. Wilczynski gives both analytic and synthetic proofs of these theorems. The third covariant furnishes another congruence associated with a given surface, and in particular a third ruled surface associated with the original one and the one already mentioned. A few brief remarks are made, showing how these covariant surfaces may serve to simplify the integration of the original system of differential equations. This paper will be combined with the previous paper on covariants for publication in the *Transactions*.

E. J. WILCZYNSKI.

MATHEMATICAL PROBLEMS.*

LECTURE DELIVERED BEFORE THE INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS AT PARIS IN 1900.

BY PROFESSOR DAVID HILBERT.

WHO of us would not be glad to lift the veil behind which the future lies hidden; to cast a glance at the next advances of our science and at the secrets of its development during future centuries? What particular goals will there be toward which the leading mathematical spirits of coming generations will strive? What new methods and new facts in the wide and rich field of mathematical thought will the new centuries disclose?

History teaches the continuity of the development of science. We know that every age has its own problems, which the following age either solves or casts aside as profitless and replaces by new ones. If we would obtain an idea of the probable development of mathematical knowledge in the immediate future, we must let the unsettled questions pass before our minds and look over the problems which the science of to-day sets and whose solution we expect from the future. To such a review of problems the present day, lying at the meeting of the centuries, seems to me well adapted. For the close of a great epoch not only invites us to look back into the past but also directs our thoughts to the unknown future.

* Translated for the BULLETIN, with the author's permission, by Dr. MARY WINSTON NEWSON. The original appeared in the *Göttinger Nachrichten*, 1900, pp. 253-297, and in the *Archiv der Mathematik und Physik*, 3d ser., vol. 1 (1901), pp. 44-63 and 213-237.

FIGURE 14
Première parution en anglais du discours d'Hilbert présentant les 23 problèmes, dans le Bulletin de la New York Mathematical Society de juillet 1902

1903 *Principles of Mathematics* de Russell — utilise le symbole $\in$ pour l'appartenance à un ensemble — première publication du paradoxe de Russell

1904 Hilbert et son étudiant Schmidt commencent à étudier les espaces vectoriels de fonction, qui sont de dimension infinie

1904 *Neuer Beweis, dass jede Menge Wohlordnung werden kann (Aus einem an Herrn Hilbert gerichteten Briefe)* de Zermelo — premier énoncé de « axiome du choix » qui est auparavant utilisé implicitement dans les preuves — on découvrira qu'il mène à des propriété contre-intuitives et certains mathématiciens rejettent les preuves qui l'utilisent

1904 Cinquième complément à lanalysis situs de Poincaré — article où on classifie les variétés de dimension 3 et où l'hypothèse qui deviendra connue sous le nom de ń conjuecture de Poincaré ż est formulée pour la première fois : une variété différentiable de dimension 3 ayant un groupe fondamental trivial est difféomorphe à une sphère - la conjecture sera démontrée en 2003.

1905 *Eineneue Bestimmung der Moleküldimensionen* (*Une nouvelle détermination de la dimension des molécules*, thèse de doctorat d'Einstein faisant une étude détaillée du mouvement brownien

Publication de trois articles révolutionnaires d'Einstein — relativité restreinte, , effet photoélectrique ++Revoir++

1905 *Volume and Surface Integrals Used in Physics* de Leathem — remplace la notation $\lim_{x=a} f(x)$ utilisée depuis environs 1850 par la notation actuellement utilisée $\lim_{x\to a} f(x)$, afin d'éviter d'écrire qu'une variable prend ∞ comme valeur

1906 *Rasprostranenie zakona bol'shih chisel na velichiny, zavisyaschie drug ot druga* de Markov — étude des processus aléatoires qui seront connus sous le nom de « chaines de Markov »

1907 *Sketch of a New Esthetic of Music* de Ferruccio Busoni — le maître d'Edgard Varèse y discute de l'impact qu'aura l'arrivée de sources sonores électriques sur la musique

1907 Fubini démontre le théorème d'analyse sur les intégrales multiples portant maintenant son nom

1907 Le *théorème de représentation de Riesz* est démontré indépendemment par Fréchet et Riesz

1908 *A Course of Pure Mathematics* de Hardy — une note dans la préface de ce livre défend vigoureusement l'utilisation de $x \to a$ au lieu de $x = a$ dans la notation des limites, la notoriété de Hardy aidera grandement à rependre l'usage de la nouvelle notation — *An Introduction to the Theory of Infinite Series* de l'Anson Bromwich utilise aussi la nouvelle notation

1908 *The probable error of a mean* de Gosset — présentation du **test de Student** pour traiter de petits échantillons en **statistiques** — ce test a été créé pour la célèbre brasserie Guiness, qui embauchait régulièrement les diplomés d'Oxford et de Cambridge, dans le but d'améliorer le processus de contrôle de la qualité

1908 *Mendelian proportions in a mixed population* de Hardy — expose ce qui est maintenant connu sous le nom de « principe d'Hardy-Weinberg » en génétique qui établit comment les trais génétiques dominents et récessifs se propagent dans une grande population — Hardy est connu comme mathématicien fondamental, spécialiste de la théorie des nombres, mais a contribué significativement à l'étude de la génétique des population par les résultats présentés dans cet article, résultats trouvés indépendement par Weinberg

1909 Expérience de Geiger et Marsden sous la direction de Rutherford — confirmation que les atomes sont constitués d'un noyau central positif entouré d'électrons

1910 Démonstration par Jordan du théorème disant qu'une courbe fermée et continue divise toujours le plan en deux régions

1910 *Principia mathematica* de Russell et Whitehead — les livres du *Principia* sont la première tentative de reformuler l'ensemble des mathématiques à partir d'une axiomatisation de la théorie des ensembles — on y introduit un système de « types » pour éviter le paradoxe de Russell

1913 *La psychologie envisagée par les comportementalistes* de Watson — point de départ du mouvement béhavioriste

1912 Théorème de Zermello pour les jeux à information parfaite à deux joueurs à somme nulle (comme le Go, les échecs, les dames) — montre que dans tout jeu de ce type, soit un des joueurs a une stratégie gagnante, soit les joueurs peuvent s'assurer que le résultat sera une partie nulle

1914 Début de la première guerre mondiale

1914 *Grundzüge der Mengenlehre* de Hausdorff — espaces topologiques

1915 Relativité générale d'Einstein

1916 Schwarzchild découvre un solution statique et à symétrie sphérique aux équations d'Einstein pour la relativité générale - première description moderne des trou noirs

1918 Fin de la première guerre mondiale

1918 *Invariante Variationsprobleme* — article d'Emmy Noether démontrant un théorème mathématique important pour la physique qui explique le lien entre les symétries d'un système physique et la conservation de certaines quantités (énergie, quantité de mouvement, moment angulaire, etc)

1919 Premiers cours au *Bahaus*

1919 *Dimension und äuSSeres MaSS* de Hausdorff — expose pour la première fois l'idée de **dimension de Hausdorff** utilisée pour étudier les courbes et ensembles fractals

1920 Öpik confirme que la « nébuleuse d'Andromède » est située en dehors de la voie lactée — ceci confirme que notre univers est beaucoup plus vaste qu'on le pensait car il ne se limite pas à la Voie Lactée

1920 *Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales*, thèse de doctorat de Banach — présentation axiomatique des espaces d'Hilbert, espace vectoriels de dimensions infinie

1922 *Théorie de l'addition des variables aléatoire* de Paul Lévy.

1923 *Le langage et la pensée chez l'enfant* de Piaget – étude du développent cognitif chez les enfants – influence sur la pédagogie en général et des mathématiques en particulier

1923 Théorie du mouvement Brownien par Wiener

1925 Mécanique matricielle de Heisenberg — première formulation de la **mécanique quantique**

1926 *Quantization as a problem of proper values* Mécanique des ondes de Schrödinger — deuxième formulation de la **mécanique quantique**

1927 *Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques* de Lemaître — expose la théorie du Big Bang, la loi de Hubble et fait la première estimation de la constante de Hubble basée sur des observations — cet article sera présenté à Einstein, qui sera sceptique face à l'idée d'un univers en expansion — Lemaître était très intéressé par le développement des machines a calculer et des ordinateurs et contribura plus tard à la création de l'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT)

1928 Chandrasekhar montre que les étoiles de masse 1.4 fois celle du Soleil doivent s'effondrer

1928 *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* (« Sur la théorie des jeux de salon ») de von Neumann — preuve du théorème d'existence des stratégies minimax

1930 *Modern Algebra* de Van der Waerden — manuel très influent qui présentait les concepts récents en aglèbre tels que développés dans les travaux d'Hilbert, de Noether, d'Artin et de Dedekind — le style de présentation des concepts algébrique de ce manuel a été le modèle principal pour la plupart des ouvrages subséquants

1931 *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme* (« Sur les propositions formellement indécidables dans Principia Mathematica et les systèmes connexes ») de Gödel — théorèmes d'incomplétude de Gödel — démontre l'impossibilité de réduire les mathématique à du pur formalisme et met fin au programme d'Hilbert pour un fondement formaliste des mathématiques

1932 *Théorie des Opérations Linéaires* de Banach — premier livre sur l'**analyse fonctionnelle** — l'analyse fonctionnelle joue un rôle important dans la fondation mathématique de la mécanique quantique

1932 *A set of postulates for the foundation of logic* par Church — création du « lambda calcul », formalisme qui visait à étudier la logique et les fonctions calculables est maintenant un outil important pour l'étude des languagues de programmation

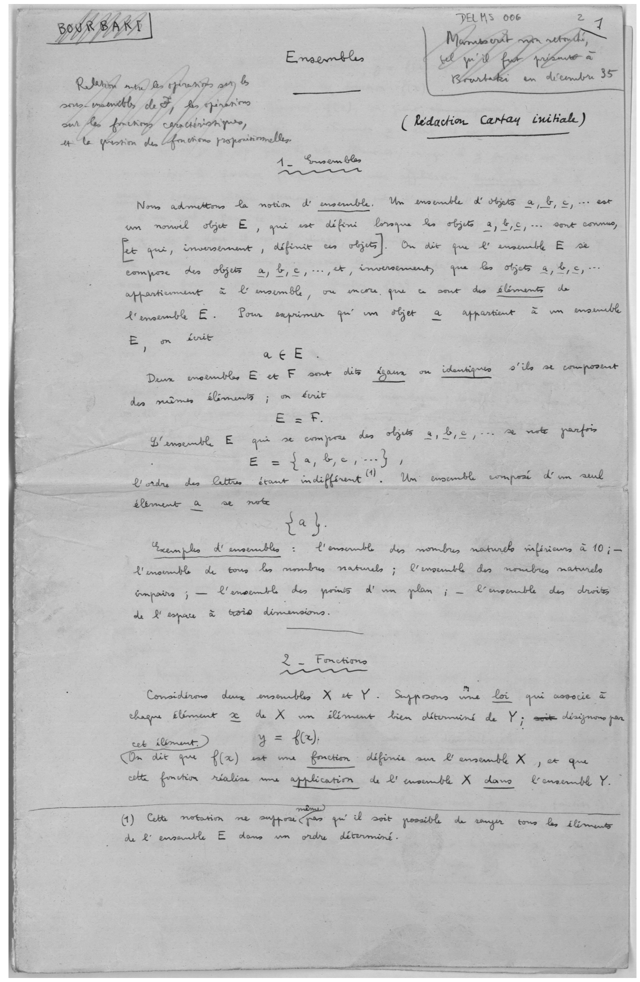
1933 *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnun* (« Fondements de la théorie des probabilités ») de Kolmogorov — première présentation axiomatique de la théorie des probabilité

1934 Résolution indépendente du 11e problème d'Hilbert par Gelfond et Schneider — ils ont montré que a^q est trancendant quand a est algébrique et différent de 0 ou 1 et que q est un nombre algébrique irrationnel

1935 Naissance de l'*Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki* — collectif très influent de mathématiciens publiant des ouvrages collectifs sous le nom fictif Nicolas Bourbaki — La principale production est une série, les *Éléments de mathématiques*, inspiré des éléments d'Euclide, où on reconstruit une partie importante des mathématiques plus abstraites développées à la fin du 19e et au début du 20e siècle — fondé sur la théorie des ensembles, les ouvrages de Bourbaki ont un style très formaliste et rigoureux en mathématique qui influencera la recherche et l'enseignement des mathématiques élémentaires dans les années 1960 — introduit le symbole ∅ pour désigner l'ensemble vide et les termes « bijective », « injective » et « surjectives » pour ces différents types de fonctions — introduira plusieurs autres notations maintenant utilisées dans les cours de mathématiques élémentaires

1936 *On computable numbers* de Turing — analyse de la notion de calculabilité à l'aide du concept de **machines de Turing**, un des fondements de l'informatique théorique

1936 *An unsolvable problem in elementary number theory* de Church — contient un résultat disant qu'il n'y a pas de procédure de décision pour l'arithmétique


BOURBAKI
DELMS 006 2 1
Manuscrit non retouché, tel qu'il fut présenté à Bourbaki en décembre 35
Ensembles
Relation entre les opérations sur les sous-ensembles de $\mathcal{F}$, les opérations sur les fonctions caractéristiques, et la question des fonctions propositionnelles.
(Rédaction Cartan initiale)

1 – Ensembles

Nous admettons la notion d'ensemble. Un ensemble d'objets a, b, c, ... est un nouvel objet E, qui est défini lorsque les objets a, b, c, ... sont connus, [et qui, inversement, définit ces objets]. On dit que l'ensemble E se compose des objets a, b, c, ..., et, inversement, que les objets a, b, c, ... appartiennent à l'ensemble, ou encore que ce sont des éléments de l'ensemble E. Pour exprimer qu'un objet a appartient à un ensemble E, on écrit

$$a \in E.$$

Deux ensembles E et F sont dits égaux ou identiques s'ils se composent des mêmes éléments ; on écrit

$$E = F.$$

L'ensemble E qui se compose des objets a, b, c, ... se note parfois

$$E = \{a, b, c, \ldots\},$$

l'ordre des lettres étant indifférent (1). Un ensemble composé d'un seul élément a se note

$$\{a\}.$$

Exemples d'ensembles : l'ensemble des nombres naturels inférieurs à 10 ; — l'ensemble de tous les nombres naturels ; l'ensemble des nombres naturels impairs ; — l'ensemble des points d'un plan ; — l'ensemble des droites de l'espace à trois dimensions.

2 – Fonctions

Considérons deux ensembles X et Y. Supposons une loi qui associe à chaque élément x de X un élément bien déterminé de Y ; ~~soit~~ désignons par

$$y = f(x)$$

cet élément.
On dit que f(x) est une fonction définie sur l'ensemble X, et que cette fonction réalise une application de l'ensemble X dans l'ensemble Y.

(1) Cette notation ne suppose même pas qu'il soit possible de ranger tous les éléments de l'ensemble E dans un ordre déterminé.

FIGURE 15
Première page du manuscrit de l'ouvrage sur les ensemble des *Éléments de mathématiques* de Bourbaki, écrit par Cartan en 1935

1938 *A symbolic analysis of relay and switching circuits* mémoire de maitrise de Shannon — probablement le mémoire de maitrise le plus célèbre du 20e siècle, Shannon y fait la preuve qu'on peut simplifier la conception des circuits logiques à l'aide de l'algèbre de Boole — ce mémoire il a joué un rôle important dans la conception des ordinateurs électroniques

1939 Début de la seconde guerre mondiale

1939 Publication du premier volume des *Éléments de mathématiques* de Bourbaki

1939 *Structure and Automorphisms of Semi-Simple Lie Groups in the Large* de Jacobson — utilise la lettre $\mathscr{C}$ pour dénoter l'ensemble des nombres complexes

1940 Aleksandrov — suite exactes

1940 *The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum hypothesis with the axioms of set theory* de Gödel – établit que l'axiome du choix est consistant avec le reste de la théorie des ensembles

1942 Première réaction nucléaire en chaine auto-entretenue réalisée par une équipe dirigée par Fermi en vue de la construction de la première bombe atomique

1942 Eilenberg and Mac Lane — introduction des foncteurs « Hom » and « Ext »

1943 Collosus, le premier ordinateur électronique programmable

1942–1946 Projet Mannathan — investissement massif de ressources dans le but d'utiliser les théories atomiques récentes pour de créer une *bombe atomique* — c'est la première fois que l'on investi directement pour développer une idée purement théorique et cette façon de faire sera reprise par plusieurs grandes corporations

1944 *Theory of Games and Economic Behavior* par von Neumann et Morgenstern — fondation de la **théorie des jeux**, utilisées en économie et par les stratèges militaires

1945 Fin de la seconde guerre mondiale

1945 *The First Draft Report on the EDVAC* de von Neumann — description de l'architecture de l'ordinateur dite de von Neumann où les programmes sont stoqués au même endroit que les données, ce qui est l'architecture utilisée par tout les ordinateurs modernes

1945 *General Theory of Natural Equivalences* de Eilenberg et Mac Lane — définition du concept de **Catégorie** et de transformation naturelle pour l'étude de la correspondences entre un espace vectoriel et son expace dual, concepts mathématiques très abstraits mais utilisés depuis dans l'étude de la logique, du fondemenent des mathématiques, de la théorie des langages de prgrammation, en géométrie et en physique — Montréal sera un des centres importants du développement de cette nouvelle théorie

1948 *Linear Programming* de Dantzig — Algorithme du simplexe pour résoudre des systèmes d'inégalités linéaires

1948 *L'architecture des mathématiques* de Bourbaki —

1948 *A decision method for elementary algebra and geometry* de Tarski — Preuve que les propriétés algébriques et géométriques de base enseignée au secondaires génèrent une théorie **complètes**, c'est-à-dire que la vérité ou la fausseté de chaque énoncés algébrique ou géométrique peut être déduite à partir des propriétés de base.

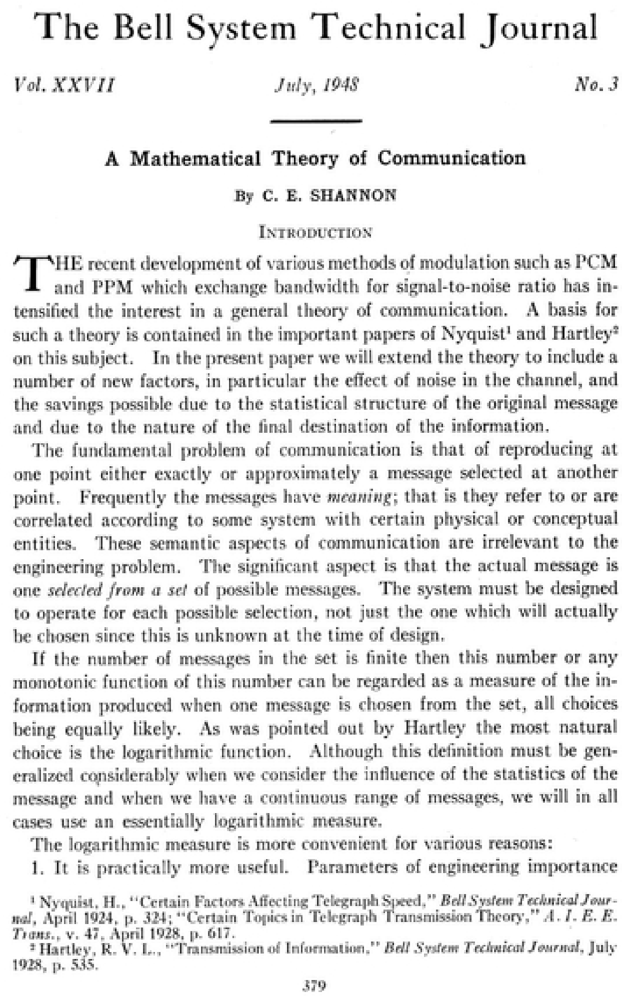
1948 *A mathematical theory of communication* de Shannon — fondation de la **théorie de l'information** qui sert à comprendre la correction d'erreur, la compression et les codes — définition de l'entropie, utilisation du bit comme unité d'information

1948 *Généralisation de la notion de fonction, de dérivation, de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques* de Schwartz — début de la **théorie des distributions** qui vise à rendre rigoureux certains calculs utilisés en physique

1950 Théorème de Nash en **théorie des jeux** — tout jeu à n personnes et à un nombre fini de stratégies pures comporte au moins un équilibre (en stratégies mixtes)

1950 *Error-detecting and error-correcting codes* par Hamming — présente la famille de code de Hamming, codes linéaires servant à détecter et corriger les erreurs des la transmission d'information

1950 *Numerical Integration of the Barotropic Vorticity Equation* de Charney, Fjörtoff, and von Neumann — explique comment a été faite la première prédiction météorologique à l'aide d'un ordinateur — la prédiction portait sur 24 *h* et a pris 24 *h* de calcul sur l'ENIAC


The Bell System Technical Journal

Vol. XXVII *July, 1948* *No. 3*

A Mathematical Theory of Communication

By C. E. SHANNON

INTRODUCTION

THE recent development of various methods of modulation such as PCM and PPM which exchange bandwidth for signal-to-noise ratio has intensified the interest in a general theory of communication. A basis for such a theory is contained in the important papers of Nyquist[1] and Hartley[2] on this subject. In the present paper we will extend the theory to include a number of new factors, in particular the effect of noise in the channel, and the savings possible due to the statistical structure of the original message and due to the nature of the final destination of the information.

The fundamental problem of communication is that of reproducing at one point either exactly or approximately a message selected at another point. Frequently the messages have *meaning*; that is they refer to or are correlated according to some system with certain physical or conceptual entities. These semantic aspects of communication are irrelevant to the engineering problem. The significant aspect is that the actual message is one *selected from a set* of possible messages. The system must be designed to operate for each possible selection, not just the one which will actually be chosen since this is unknown at the time of design.

If the number of messages in the set is finite then this number or any monotonic function of this number can be regarded as a measure of the information produced when one message is chosen from the set, all choices being equally likely. As was pointed out by Hartley the most natural choice is the logarithmic function. Although this definition must be generalized considerably when we consider the influence of the statistics of the message and when we have a continuous range of messages, we will in all cases use an essentially logarithmic measure.

The logarithmic measure is more convenient for various reasons:

1. It is practically more useful. Parameters of engineering importance

[1] Nyquist, H., "Certain Factors Affecting Telegraph Speed," *Bell System Technical Journal*, April 1924, p. 324; "Certain Topics in Telegraph Transmission Theory," *A. I. E. E. Trans.*, v. 47, April 1928, p. 617.

[2] Hartley, R. V. L., "Transmission of Information," *Bell System Technical Journal*, July 1928, p. 535.

379

FIGURE 16
Première page de la version originale de *A mathematical theory of communication* de Shannon

1950 Le projet *Whirlwind* au MIT — premier ordinateur fonctionnant en temps réel, contrairement aux ordinateurs précédents qui devait être programmés à l'avance comme une machine à calculer — premier ordinateur équipé d'un écran pour afficher les résultats

1950 *Programming a computer for playing chess* de Shannon — premier article technique sur la conception d'un programme pour jouer aux échecs

1951 Le CSIR Mk1 de l'université de Sidney est le premier ordinateur à jouer une mélodie en public

1952 *The Computation of Fourier Syntheses with a Digital Electric Calculating Machine* de Bennett et Kendrew — première utilisation d'un ordinateur en biologie, pour effectuer certains calculs nécessaires pour déterminer la structure de la protéine myoglobine — Kendrew recevra le prix nobel de chimie pour avoir déterminé la structure de cette molécule

1952 *Noughts and Crosses* premier jeu vidéo graphique à l'université Cambridge

1952 On utilise un ordinateur pour prédire le résultat d'une élection à la télé pour la première fois — UNIVAC prédit l'élection de Eisenhower et ce sera pour une grande partie de la population la première fois qu'ils entendent parler d'un ordinateur

1953 *Genetical Implications of the Structure of Deoxyribonucleic Acid* de Watson et Crick — description du mécanisme de réplication de l'ADN, dont la structure en double hélice venait d'être découverte par les mêmes auteurs —

1954 *Possible Mathematical Relation between Deoxyribonucleic Acids and Proteins* de Gamow — énonce pour la première fois l'idée d'un code génétique

1956 *Three Models for the Description of Langage* de Chomsky — introduit la classification des grammaires formelles appelée la **hiéarchie de Chomsky**, qui contient la classe des grammaires hors-contextes, jouant un rôle important en informatique pour créer des langages de programmation

1956 *Logic Theorist* de Newell et Simon — premier programme informatique d'intelligence artificielle, qui produisait des preuves dans le système du *Principia Mathematica* de Russell et Whitehead — pour un des théorème, le programme a produit une preuve plus simple pour que celle présentée dans le Principia

1957 *Synthesis of the elements in stars* de Burbidge et al. — Article où on établi que les éléments complexes se sont formés au cur des étoiles.

1957 Le premier satellite artificiel, *Spoutnik 1*, est mis en orbite par la Russie — cet évènement déclenchera une course à l'espace entre l'URSS et les États-Unis — spoutnik 2 lancé un mois plus tard amènera le premier être vivant en orbite terrestre

1958 Création de la NASA

1958 Calcul des niveaux d'énergies à l'aide de l'équation de Schrödinger pour l'atome d'Hélium par Chaim Pekeris — utilise l'ordinateur WEIZAC construit en Israël en 1954 — première solution numérique de l'équation de Schrödinger

1958 *Perceptron* à l'université Cornell, le premier programme capable d'apprendre par essai et erreur

1959 *Experimental Music : Composition with an Electronic Computer* de Hiller and Isaacson — premier livre sur la création de musique par ordinateur, basé sur des travaux fait sur l'ordinateur ILLIAC de l'université de l'Illnois

1961 *General Nature of the Genetic code for Proteins* de Crick, Barnett, Brenner et Watts-Tobin — article où on décrit le rôle de l'ADN comme code génétique — la récente théorie des codes, née dans sa forme moderne avec l'article de Shannon de 1948, aurait eu une influence sur les idées des auteurs concernant la génétique

1961 *Two-Gyro Gravity-Gradient Attitude Control System* de Zajak — première animation créée par ordinateur, une simulation de rotations et déplacements d'un satellite de communication

1961 L'astronaute russe Gagarin devient le premier humain à avoir voyagé dans l'espace et à avoir fait un tour d'orbite terreste

1962 *Multiplication of multidigit numbers on automata* de Karatsuba et Ofman — algorithme de multiplication utilisé dans les logiciels de calcul scientifique

1963 Preuve par Cohen que l'**hypothèse du continu** ne peut pas être démontrée ou contredite par la théorie des ensembles de ZermeloFraenkel, théorie axiomatique des ensembles la plus utilisée comme fondement des mathématiques — Cohen publie aussi ses résultats montrant l'indépendence de l'axiome du choix du reste de la théorie des ensembles

1963 *Schoonship* de Veltman — un des premiers système de calcul symbolique, capable d'effectuer des opérations comme la dérivation, l'intégration et la résolution d'équations algébriques

1964 *Synthétiseur Moog* premier synthétiseur électronique avec un clavier

1965 *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series* par Gauss, Cooley, Tukey et Sande — algorithme de la **transformée de Fourier rapide** (FFT) qui permet de calculer très efficacement le spectre d'un signal ; ses applications en science et en techniques sont innombrables, particulièrement dans les appareils d'analyse spectrale

1966 *Non-Standard Analysis* de Ronbinson — redéfinition des concepts de l'analyse mathématique, incluant la dérivée et l'intégrale, en utilisant des nombres infiniments petits introduit à l'aide de méthodes de la théorie des modèles en logique — les méthodes utilisées on eue un impact sur le développement de la théorie algébrique des nombres et la théorie de la représentation

1967 *X-Y Position Indicator for a Display System*, brevet de Engelbart — Invention de la *souris*

1969 Neil Armstrong marche sur la lune — le module lunaire utilisait comme système de guidage le premier ordinateur embarqué utilisé en temps réel

1969 La connections entre les deux premiers ordinateurs du réseau ARPANET est établie — ARPANET sert à tester le *packet switching* qui sert à interconnecter les ordinateurs en réseaux plus stables et décentralisés — la théorie de cette résautique décentralisée se développait depuis 1965 — l'idée nouvelle sera améliorée par la création du protocole TCI/IP en 1973, pour devenir Internet

1969 Thompson et Ritchie commencent à développer le système d'exploitation UNIX et le langage de programmation C — ce système sera le premier à pouvoir fonctionner sur tout les types d'ordinateurs et est le système sur lequel Internet a été concu et fonctionne encore — plusieurs des systèmes d'exploitation actuels sont dérivés de UNIX : e.g. les systèmes GNU/Linux (en particulier Android), et, depuis 2002, tout les systèmes développés par la compagnie Apple

1969 *Algèbre* de Bourbaki — première utilisation du symbole $\mathbb{Q}$ pour désigner les nombres rationnels et de $\mathbb{Z}$ pour les entiers (la lettre Z viendrait de l'allemand *Zahl* (nombre) et *zahlen* (compter))

1970 *The connection between Hilbert's Tenth Problem and systems of equations between words and lengths* et *Two reductions of Hilberts Tenth Problem* par Matiyasevich — démontre que le dixième problème d'Hilbert est irrésoluble, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de méthode générale pour déterminer quand une équation polynomiales a une solution entière (consistant en nombres entiers)

1971 Projet Gutenberg de Hart — le premier projet de création de bibliothèque électronique — création des premiers livres électroniques

1971 *The complexity of theorem proving procedures* par Cook et Levin — développement de la notion de programme NP-complet, type de problème fondamental en **théorie de la complexité**

1972 Première calculatrice de poche, la HP-35 de Hewlett-Packard — permet le calcul des fonctions trigonométriques et exponentielles

1974 *Role of aesthetics in pure and applied research* de Penrose — présente le premier pavage apériodique du plan, dérivé d'une observation de Képler

1975 *Les objets fractals, forme, hasard et dimension* de Mandelbrot — première description de la notion de **fractale**

1976 *Every Planar Map is Four Colorable* d'Appel et Haken — preuve du théorème des quatre couleurs — première preuve importante dont une partie du raisonnement est fait à l'aide d'un programme informatique

1977 *A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems* de Adleman, Rivest, and Shamir — système d'encryption à clef publique RSA — bien que l'article ait été publié en 1978, un brevet a été obtenu en 1977 aux États-Unis — la sécurité de l'algorithme repose sur la difficulté de factoriser des grand **nombres premiers**

1977 *Medical imaging by NMR* de Mansfield et Maudsley, *Multi-planar imaging formation using NMR spin echoes* de Mansfield — développe une technique mathématique qui rendra possible l'imagerie par résonance magnétique nucléaire

1981 Annonce de la classification complète des **groupes finis simples** — en 2008 il n'existe toujours pas une preuve écrite de manière consistante, la preuve du résultat étant disséminée dans une multitudes d'articles

1994 *Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem* de Wiles — article (de 108 pages) donnant la première preuve du dernier **théorème de Fermat**

1994 *Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer* de Shor — premier algorithme significatif utilisant les propriétés quantiques de la matière pour effectuer une tache plus efficacement que l'on peut le faire à l'aide des opérations possibles avec la mécanique classique

1989 Création du *World Wide Web* par Tim Berners-Lee pour l'équipe du Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN) afin de faciliter l'échange d'information entre équipes de scientifiques — la version originale de la première page web n'existe plus, mais on peut encore visiter la version de 1992 de la page

1998 Hales démontre la conjecture de Kepler sur l'empilage de sphères

1999 *The honycomb conjecture* de Hales — démontre que le pavage du plan à l'aide d'hexagones réguliers est celui qui minimise le périmètre utilisé

2000 En s'inspirant des problèmes d'Hilbert énoncés en 1900, l'American Mathematical Society et la fondation Clay proposent des listes de problèmes important pour le 21^{e} siècle. Un prix d'un million de dollar est promis à toute personne qui résolvera un problème de la seconde liste, les *Millennium Prize Problems*, qui contient entre autre la conjecture de Poincaré, l'hypothèse de Riemann et le problème de la séparation des classes de complexité P et NP

2002 Hutchings, Morgan, Ritoré et Ros démontrent que la forme qui minimise la surface de deux bulles qui enferment deux volumes d'air séparés est celle qui est observée dans la nature

2003 *Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds* de Perelman — dernier d'un groupe de trois articles qui démontre la conjecture de Poincaré au sujet de la sphère formulée en 1904.